Ex :

$$\begin{cases} y'(t) = \sqrt{|y(t)|} \\ y(0) = 0 \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

1. Solution non nulle

$$f(t) = \begin{cases} -t^2/4 & \text{si } t \leq 0 \\ t^2/4 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

$$f'(t) = \begin{cases} -t/2 & \text{si } t \leq 0 \\ t/2 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{|f(t)|} = \sqrt{t^2/4} = \frac{|t|}{2} = f'(t)$$

donc f est solution globale

2. Cauchy-Lipschitz ?

La fonction $y=0$ est aussi une solution globale donc il n'y a pas unicité de la solution maximale.

En effet, la fonction $x \mapsto \sqrt{|x|}$ n'est pas localement lipsch. (problème en 0)