

Contrôle partiel n°2 – Durée 1 heure – sujet blanc

Les documents, les téléphones et les calculatrices ne sont pas autorisés.

La notation tiendra compte du soin apporté à la rédaction des réponses.

Exercice 1. Dérivation.

Pour chacune des fonctions suivantes, préciser son domaine de définition et calculer sa dérivée.

$$f(x) = \sin^3(x^2 + 1),$$

$$g(x) = \ln(\tan(x))$$

Exercice 2. Majoration d'une suite

Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite de réels définie par $u_0 = u_1 = 1$ et, pour $n \in \mathbf{N}^*$

$$u_{n+1} = u_n + \frac{2}{n+1}u_{n-1}.$$

Montrer par récurrence que l'ingégalité $u_n \leq n^2$ est vraie pour tout entier n . (On fera particulièrement attention à rédiger proprement le raisonnement par récurrence.)

Exercice 3. Suite arithmético-géométrique

Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour $n \in \mathbf{N}$

$$u_{n+1} = 1 + \frac{u_n}{2}.$$

1. Calculer u_n pour tout entier n .
 2. Est-ce que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est croissante ?
 3. Est-ce que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ converge ?
-

Exercice 4. Limite d'une suite

Considérons la suite définie pour un entier $n \geq 1$ par

$$u_n = \frac{\sin n}{\sqrt{n}} + \frac{n+1}{n+2}.$$

Déterminer la limite de la suite $(u_n)_{n \geq 1}$.

Exercice 5. Trigonométrie

Résoudre l'équation suivante :

$$\sqrt{3} \sin(3x) - \cos(3x) = \sqrt{2}.$$