

CONTRÔLE CONTINU 1 (45 MINUTES)
Jeudi 7 octobre 2021

Documents, notes de cours, calculatrices et téléphones sont interdits.

Exercice 1 — Résoudre le système suivant dans \mathbf{R}^4 par l'algorithme de Gauss et exprimer l'ensemble de ses solutions sous forme vectorielle.

$$(S) \quad \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 4 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - x_4 = 4 \\ -2x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -3 \\ 11x_1 + 6x_2 + 4x_3 + x_4 = 11 \end{cases}$$

Exercice 2 — Déterminer tous les polynômes $P(T) \in \mathbf{R}[T]$ de degré 2 tels que

$$P(1) = 1, P(2) = 5 \text{ et } P'(1) = 2,$$

où $P'(T)$ désigne la dérivée de $P(T)$.

Exercice 3 — Considérons les quatre vecteurs suivants dans \mathbf{R}^4 :

$$v = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Peut-on écrire v comme une combinaison linéaire de v_1, v_2 et v_3 ?

Exercice 4 — Considérons le système linéaire

$$(S) \quad \begin{cases} x + y - z + t = 1 \\ 2x + ay + bz + t = 2 \\ 3x + cy + dz + t = 4 \end{cases}$$

où a, b, c et d sont des nombres réels non précisés.

Déterminer des valeurs de a, b, c et d telles que :

- (a) le système (S) n'admette aucune solution ;
- (b) le système (S) admette une infinité de solutions, paramétrées par un paramètre.