Université Claude Bernard - Lyon 1 | **Semestre automne 2019–2020**

L2 - Informatique | UE : Statistiques pour l'Informatique

Contrôle numéro 3 du 27 novembre 2019

Durée : 30 minutes

Noté sur 25 pts.

Les documents, les téléphones et les ordinateurs sont interdits. Les calculatrices sont autorisées.

Exercice 1 *(1+4=5 points)* Soit $p(x)$ la fonction

$$p(x) = \begin{cases} \frac{c}{x} \text{ si } 1 \leqslant x \leqslant e, \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

avec c une constante rélle.

1. Montrer que $p(x)$ est la densité d'une variable aléatoire si et seulement si $c = 1$.
2. On prend $c = 1$ et on suppose que U est une variable aléatoire de densité $p(x)$. Calculer l'espérance et la variance de U.

Exercice 2 *(2+3+6=11 points)* Soit N une variable aléatoire de loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ avec $\mu = 60$.

1. Soit $L = \frac{N-60}{\sigma}$. Quelle est la loi de L ?
2. Exprimer l'inégalité $40 \leqslant N \leqslant 80$ à l'aide de L.
3. On vous donne l'information que $\mathbb{P}(N \leqslant 40) = 0.16$. En l'utilisant, calculer $\mathbb{P}(40 \leqslant N \leqslant 80)$.

Exercice 3 *(3+4+2=9 points)* Un étudiant veut aller de l'arrêt Université Lyon 1 à l'arrêt Charpennes en tramway la nuit. Il peut prendre soit le dernier tramway T1, soit le dernier tramway T4. On suppose que le temps d'attente de T1, notée par X, suit une loi exponentielle de moyenne 6 min, et le temps d'attente de T4, notée par Y, suit une loi exponentielle de moyenne 3 min.

1. Calculer $\mathbb{P}(3 \leqslant X < 6)$.
2. Soit V le temps d'attente pour que le premier tramway arrive. Alors on a $V = \min(X, Y)$. Calculer $\mathbb{P}(V > t)$ pour $t \geq 0$.
3. En déduire la fonction de répartition de V.