

Contrôle numéro 2 du 6 novembre 2019

Durée : 90 minutes

Les documents, les téléphones et les ordinateurs sont interdits. Les calculatrices sont autorisées.

Exercice 1 (*environ 6 points*) Dans une usine, deux machines A et B produisent respectivement 25% et 75% du total de la production. Elles produisent respectivement 8% et 4% de pièces défectueuses.

- On inspecte une pièce au hasard. Quelle est la probabilité p qu'elle soit défectueuse ?
- On inspecte une pièce au hasard et on constate qu'elle est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle ait été produite par la machine A ?
- On inspecte des pièces au hasard, jusqu'à trouver une pièce défectueuse. Soit X le nombre de pièces inspectées. Quelle est la loi de X ?

Exercice 2 (*environ 4 points*)

Soit X et Y deux variables aléatoires à valeurs dans $\{0,1\}$. On donne

$$\mathbb{P}(X = 0, Y = 0) = 0,1 ; \mathbb{P}(X = 0, Y = 1) = 0,4 ; \mathbb{P}(Y = 1) = 0,8$$

- Calculez $\mathbb{P}(X = 1, Y = 1)$, puis $\mathbb{P}(X = 1, Y = 0)$.
- Donnez la loi de X .
- Est-ce que X et Y sont indépendantes ?

Exercice 3 (*environ 4 points*)

Un candidat se présente à un concours où les 20 questions sont données sous forme de QCM. A chaque question sont proposées 4 réponses, une seule étant exacte. Le candidat répond au hasard aux questions. Soit X le nombre de réponses correctes du candidat. Quelle est la loi de X ? Quelle est son espérance ? Quelle est sa variance ?

Exercice 4 (*environ 7 points*)

On considère le jeu suivant : le joueur lance d'abord deux pièces non truquées. S'il obtient deux fois "pile", il gagne 10€. Sinon, il perd 2€.

On note X la variable aléatoire correspondant au gain du joueur (négatif en cas de perte).

- Donnez la loi de X .
- Calculez l'espérance de X .
- Calculez la variance de X .

On modifie le jeu de la façon suivante : le joueur gagne toujours 10€ pour deux fois "pile", mais s'il obtient autre chose, il relance les deux pièces. S'il obtient alors au moins une fois "pile", il gagne 4€, sinon, il perd 4€. On note Y la variable aléatoire correspondant au gain du joueur dans ce jeu.

- Donnez la loi de Y .
- Calculez son espérance.
- Quelle variante du jeu est la plus avantageuse pour le joueur ?