

Feuille TD 5

Exercice 5.1. Soit X une v.a. de loi de Bernoulli de paramètre p et Y une v.a. de loi de Bernoulli de paramètre q . On suppose que les deux variables sont indépendantes. Déterminer la loi de la variable $Z = X - Y$.

Exercice 5.2. Soit X et Y deux v.a., et $p, q \in [0, 1]$. La loi du couple (X, Y) est $P(X = 0, Y = 0) = 1 - p - q + pq$, $P(X = 1, Y = 0) = p - pq$, $P(X = 0, Y = 1) = q - pq$, $P(X = 1, Y = 1) = pq$.

1. Quelles sont les lois de X et Y ?
2. Est-ce que X et Y sont indépendantes ?

Exercice 5.3. Déterminez la loi (et spécifiez son nom) de la variable X dans les situations suivantes :

1. On lance un dé (non-truqué) dix fois. X désigne le nombre de fois où le résultat «6» est obtenu.
2. On lance un dé (non-truqué) jusqu'on ait obtenu un 6. X désigne le nombre de lancers.

Exercice 5.4. Dans un pot il y a dix billes dont quatre sont marquées avec le chiffre 1, trois avec le chiffre 2, deux avec le chiffre 3 et une avec le chiffre 4. On tire 3 billes au hasard, l'une après l'autre, en remettant chaque fois dans le pot la bille tirée.

1. Déterminez la loi de la variable X qui désigne le nombre de billes avec chiffre 1 ou 2 obtenus.
2. Déterminez la loi de la variable Y qui désigne la somme des chiffres obtenus.

Exercice 5.5. Soit X une v.a. de loi binomiale de paramètre $n = 5$ et $p = 0.3$. Déterminez le mode de X .

Exercice 5.6. On lance une pièce (non-truquée) n fois au hasard. X désigne la différence entre le nombre de fois qu'on obtient pile et le nombre de fois qu'on obtient face.

1. Calculez l'espérance et l'écart type de X .
2. Trouver $a > 0$ et $b \in \mathbf{R}$ t.q. $Y = aX + b$ suit une loi binomiale.

Exercice 5.7. Quel est le mode d'une v.a. de loi géométrique ?

Exercice 5.8. Soient X et Y deux v.a. indépendantes, de loi géométrique de paramètres respectifs p et q . Quelle loi suit la v.a. $Z = \min(X, Y)$?