
Interrogation III

Durée 30mn

QUESTION DE COURS. Soit un espace mesuré (X, \mathcal{A}, μ) , un intervalle I de \mathbb{R} et une fonction $f: X \times I \rightarrow \mathbb{R}$.

Énoncer les hypothèses du théorème du cours permettant de montrer que la fonction $F: t \mapsto \int_X f(x, t) d\mu(x)$ est bien définie et continue sur I .

EXERCICE. Soit $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 0 < xy \leq x^2 \leq 1\} \cup [-1, 1] \times \{0\}$.

1. Montrer que K est borné.
2. Montrer que K est fermé.
3. Calculer $\int_K \frac{x}{(1+xy)^2} d\lambda_2(x, y)$.