

Feuille d'exercices n° 6
EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Exercice 6.1. Résoudre sur \mathbb{R} les équations différentielles suivantes :

- | | | |
|-------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|
| 1) $y'' + 3y' + 2y = 0$ | 4) $y'' + 2y' + y = xe^x$ | 7) $y'' + y' + y = \cos(3x)$. |
| 2) $y'' + 2y' + 2y = 0$ | 5) $y'' + y' - 2y = xe^x$ | |
| 3) $y'' - 6y' + 9y = 0$ | 6) $y'' + 2y' + 2y = (x + 1)e^{-x}$ | |

Identifier pour chacune d'entre elles la solution vérifiant $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

Exercice 6.2. Résoudre sur \mathbb{R} les équations différentielles suivantes :

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $y'' + y' = \cos^2 t$ | 3) $y'' - 3y' + 2y = e^t \sin(3t)$ |
| 2) $y'' + y' - 2y = \cos(t) + t^5$ | 4) $y'' - 2y' + y = e^t(t^2 + 1)$ |

Exercice 6.3. Résoudre l'équation différentielle suivante : $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$, d'inconnue $y :]-\pi/2; \pi/2[\rightarrow \mathbb{R}$, deux fois dérivable.

Exercice 6.4. Résoudre l'équation différentielle $xy'' + (x - 2)y' - 2y = 0$, d'inconnue $y : I \rightarrow \mathbb{R}$ deux fois dérivable sur I , sur tout intervalle ouvert I de \mathbb{R} . On pourra chercher une solution particulière polynomiale et une solution particulière de la forme $x \mapsto e^{ax}$ avec $a \in \mathbb{R}$.

Exercice 6.5. Soit l'équation différentielle $xy'' + 2y' - axy = 0$ avec $a > 0$.

1. Déterminer l'équation vérifiée par la fonction u définie par $u(x) = xy(x)$.
2. Trouver les solutions de l'équation proposée.