Une *suite numérique* est une *fonction* de $\mathbb{N}$ (ou $\{n \in \mathbb{N}\,;n \geq n_0\}$ pour $n_0 \in \mathbb{N}$) dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ pour une *suite réelle* ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ pour une *suite complexe*. On note $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ (ou $(u_n)_{n\geq n_0}$) la suite de *terme général* u_n. L'ensemble des suites réelles, noté $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, est naturellement muni d'une structure de $\mathbb{R}$-*espace vectoriel*. De même, l'ensemble des suites complexes $\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ est un $\mathbb{C}$-*espace vectoriel*. Pour $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ l'application

$$\begin{array}{rccl} \sigma : & \mathbb{K}^{\mathbb{N}} & \to & \mathbb{K}^{\mathbb{N}} \\ & (u_n)_{n\in\mathbb{N}} & \mapsto & (S_n)_{n\in\mathbb{N}}\,;\ \forall n \in \mathbb{N},\ S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} u_k\,, \end{array}$$

est un isomorphisme dont la réciproque est donnée par

$$(S_n)_{n\in\mathbb{N}} \mapsto (u_n)_{n\in\mathbb{N}}\,;\ \forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n = S_n - S_{n-1}\,,\ \ u_0 = S_0\,.$$

Étant donnée une suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, son image $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par σ définit une *série numérique*, que l'on note $\sum u_n$. (On définit de façon analogue la série $\sum_{n\geq n_0} u_n$ associée à $(u_n)_{n\geq n_0}$.)

▷ Les nombres S_n sont appelés *sommes partielles* de la série $\sum u_n$.

▷ Le *terme général d'une série* $\sum u_n$ est u_n.

On dit qu'une série $\sum u_n$ est *convergente* si la suite de ses sommes partielles $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *converge*. La *somme* d'une série numérique convergente $\sum u_n$ est le nombre

$$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n := \lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} u_k \quad \left(\text{ou} \sum_{n=n_0}^{+\infty} u_n := \lim_{n\to+\infty} \sum_{k=n_0}^{n} u_k \text{ pour la série } \sum_{n\geq n_0} u_n\right),$$

et le *reste d'ordre n* est le nombre $R_n = \displaystyle\sum_{p=n+1}^{+\infty} u_p\,.$

NB: Il faut savoir *définir* les notions en *rouge* et démontrer les énoncés en bleu.