

PARTIE B

Questions de cours sur les séries de fonctions :

1. Rappelez le théorème des séries de fonctions alternées. \approx
2. Rappelez le théorème d'inversion \sum et \int .
3. Rappelez le théorème de dérivation sous le signe \sum .

Exercice III :

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, 2π -périodique, paire, telle que :

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t < \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{si } t = \frac{\pi}{2}, \\ -1 & \text{si } \frac{\pi}{2} < t \leq \pi. \end{cases}$$

1. Faire un dessin rapide de la fonction sur $[-3\pi, 3\pi]$.
2. Est-ce que f est partout égale à la somme de sa série de Fourier ?
3. Déterminer la série de Fourier de f en formulation réelle.
4. En déduire la valeur des sommes suivantes :

$$\sum_{p=0}^{+\infty} \frac{(-1)^p}{2p+1}, \quad \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{1}{(2p+1)^2}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}.$$