3.7 Système d'équations cartésiennes d'un sous-espace affine de $\mathbb{R}^n$

Soit V l'ensemble des $(x_1,\dots,x_n) \in \mathbb{R}^n$ solutions du système linéaire à p équations

$$(S) \quad \begin{cases} f_1(x_1,\dots,x_n) = y_1 \\ \vdots \\ f_p(x_1,\dots,x_n) = y_p \end{cases}$$

On montre facilement que V est un sous-espace affine de $\mathbb{R}^n$ dont le sous-esp. vectoriel sous-jacent est l'ensemble de solutions du système linéaire homogène

$$(S_0) \quad \begin{cases} f_1(x_1,\dots,x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_p(x_1,\dots,x_n) = 0 \end{cases}$$

On dit que (S) est un système d'équations cartésiennes de V.

Résultat clé : Tout sous-esp. affine de $\mathbb{R}^n$ est l'ensemble de solutions d'un système linéaire à n inconnues

(Ceci vient du fait que tout sous-esp. vect. de $\mathbb{R}^n$ est l'ensemble de solution d'un syst. linéaire homogène.)