

ex 3.4.4. Soient V, W sous-espaces affines de E et supposons $V \subseteq W$. Voyons d'abord qu'on a $\vec{V} \subseteq \vec{W}$: soit $a \in V$ (donc $a \in W$) et $\vec{v} \in \vec{V}$. Alors $\exists ! b \in V$ tq $\vec{ab} = \vec{v}$ mais $b \in W$ aussi donc $\vec{ab} = \vec{v} \in \vec{W}$. On a montré :

$$V \subseteq W \implies \vec{V} \subseteq \vec{W}$$

• Supposons maintenant que $\dim V = \dim W$. Alors $\dim \vec{V} = \dim \vec{W}$ et donc $\vec{V} = \vec{W}$.

Soit $a \in V$ on peut donc écrire $V = a + \vec{V}$ et $W = a + \vec{W}$ donc $V = W$.

• La réciproque est évidente : si $V = W$ alors $\dim V = \dim W$.

• Soit D une droite affine ($\dim D = 1$) et $V \subseteq D$ un sous-espace affine. Alors

- si $\dim V = 1$, $V = D$
- si $\dim V = 0$, V est un singleton.

$V = \{a\}$ avec $a \in D$.