calcule $\det_e(f_1, f_2, u(f_2)) = \langle f_1 \wedge f_2, u(f_2) \rangle$

$$= \frac{1}{9\sqrt{17}} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 8 \\ -4 & 0 & 1 \end{vmatrix} > 0$$

(donc $\theta \in [0, \pi]$ car $\sin\theta$ de même signe que cette quantité.)

Donc u est la composée de la réflexion par rapport à H et la rotation d'axe dirigé et orienté par f_1 et d'angle de mesure $\operatorname{Arccos} \frac{8}{9}$.

Réduction des endomorphismes orthogonaux

cas général

Théorème : Soit E un espace euclidien, $\dim E = n$, et $u \in O(E)$. Alors il existent $p, q \in \mathbb{N}$, $\theta_1, \dots, \theta_r \in]-\pi, \pi[$ et une base orthonormée $\mathcal{B}$ tels que

$$\operatorname{Mat}_{\mathcal{B}}(u) = \begin{pmatrix} I_p & & & \\ & -I_q & & 0 \\ & & R_{\theta_1} & \\ & 0 & & \ddots \\ & & & R_{\theta_r} \end{pmatrix} \quad (*)$$

où I_p est la matrice identité $p \times p$ et $-I_q$ la matrice $-$identité $q \times q$

$\forall i = 1, \dots, r$ $\quad R_{\theta_i} = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \end{pmatrix}$.

remarque : on a $p + q + 2r = n$.