2) Soit u l'endomorphisme dont la matrice dans la base canonique est

$$A = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 7 & 4 & 4 \\ -4 & 8 & -1 \\ 4 & 1 & -8 \end{pmatrix}.$$

On vérifie comme avant que $A \in O_3(\mathbb{R})$.

De plus $\det A = -1$ et A n'est ni $-I$, ni symétrique (donc ce n'est pas une réflexion).

C'est donc la composée d'une réflexion par rapport à un plan H et une rotation d'axe orthogonal à H. L'axe de la rotation est l'espace propre de u pour la valeur propre -1. On calcule donc $\operatorname{Ker}(u + id) = \operatorname{Vect}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}\right\}$ et on choisit un vecteur unitaire $f_1 = \frac{1}{\sqrt{17}}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$ qui dirige cette droite. On a aussi $H = \{f_1\}^\perp$ (on peut donner une base ou l'équation cartésienne du plan, ici $H : \quad x - 4z = 0$ par exemple). On sait que dans une b.o.n.d $\{f_1, f_2, f_3\}$ la matrice de u s'écrit

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

et il nous reste à déterminer θ.

On calcule $\operatorname{Tr} A = \frac{7}{9} = -1 + 2\cos\theta$ donc $\cos\theta = \frac{8}{9}$. Pour déterminer le signe de θ on choisit par exemple $f_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \in H$ et on