ARCS PARAMÉTRÉS

Définition 0.1. Arc paramétré γ de classe C^k.

Example. Un cercle.

Vitesse, accélération.
Point multiple, point simple. Distinction entre point de paramètre t et point géométrique.

Définition 0.2. Trajectoire = image.
Point régulier = dérivée non nulle.
Tangente à un point régulier.
Longueur d'arc :

$$\int_a^b \|\gamma'(t)\| dt$$

Changement de paramètre : si $\varphi \colon J \to I$ est une bijection, telle que φ et φ^{-1} sont de classe C^k, alors $\delta = \gamma \circ \varphi$ est aussi de classe C^k, parcourant la même trajectoire, et passant par chaque point géométrique le même nombre de fois. Puisque φ^{-1} est dérivable, $\varphi'(s)$ ne s'annule jamais. Ainsi, si $t = \varphi(s)$ on a :
— $\gamma(t) = \delta(s)$ et
— $\gamma'(t)$ et $\delta'(s)$ sont colinéaire de rapport non-nul :

$$\delta'(s) = \varphi'(s)\gamma'\big(\varphi(s)\big)$$
$$\gamma'(t) = \gamma'\big(\varphi(s)\big)$$

Restent invariants par changement de paramètre :
— La trajectoire.
— Les points réguliers
— La tangente à un point régulier.
— La longueur d'arc.
Changement d'orientation.
Asymptote : $cx + dy = e$ si $\|\gamma(t)\| \to_{t\to a} \infty$ et $c\gamma_1(t) + d\gamma_2(t) \to_{t\to a} e$.
Repère Polaire de $\mathbf{R}^2 \setminus \{0\}$.
Si $\gamma \colon I \to \mathbf{R}^2 \setminus \{0\}$ on peut la représenter dans le repère polaire par $\gamma_\rho \colon I \to \mathbf{R}$ et $\gamma_\theta \colon I \to \mathbf{R}$, de sorte que :

$$\gamma_1(t) = \gamma_\rho(t) \cos \gamma_\theta(t)$$
$$\gamma_2(t) = \gamma_\rho(t) \sin \gamma_\theta(t)$$

Ainsi, $\gamma_\rho(t) = \|\gamma(t)\|$.
Arc donné par une équation $\rho = f(\theta)$.
Exemples : Cercle $\rho = r$; spirale $\rho = a\theta$, spirale $\rho = \exp(a\theta)$.