

Feuille d'exercices n° 5
EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

Exercice 1. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'endomorphisme f de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique de \mathbb{R}^3 est

$$M = \frac{1}{10\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -\sqrt{2} & -9\sqrt{2} & -6 \\ -9\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 6 \\ 6 & -6 & 8\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Exercice 2. Trouver toutes les matrices orthogonales de la forme

$$M = \begin{pmatrix} a & -a & 0 \\ a & a & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix}$$

et leurs éléments caractéristiques.

Exercice 3. Soit

$$M := \frac{1}{8} \begin{pmatrix} \sqrt{3} + 3\sqrt{2} & 3 - \sqrt{6} & 2 & 2\sqrt{6} \\ 3 - \sqrt{6} & 3\sqrt{3} + \sqrt{2} & 2\sqrt{3} & -2\sqrt{2} \\ 2 & 2\sqrt{3} & 4\sqrt{3} & 0 \\ -2\sqrt{6} & 2\sqrt{2} & 0 & 4\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que M est orthogonale, et trouver R orthogonale telle que $R^{-1} M R$ ait une forme canonique.