2.2.2 Supposons V perpendiculaire à W et à W'
$\dim V = p$ et $\dim W = \dim W' = n-p$.
Puisque V orthogonale à W et à W' alors
$\vec{W} \subseteq \vec{V}^\perp$ et $\vec{W}' \subseteq \vec{V}^\perp$. Puisque en plus
$\dim \vec{W} = \dim \vec{W}' = \dim \vec{V}^\perp$ alors on a égalité
$\vec{W} = \vec{W}' = \vec{V}^\perp$ donc W et W' sont parallèles.

2.2.3 V ss esp. affine de E, $a \in E$ et $\dim V = p$
On pose $W = a + \vec{V}^\perp$ c'est à dire le sous espace
affine dirigé par $\vec{V}^\perp$ et passant par a.
On a bien W et V orthogonaux et puisque
$\dim V + \dim W = \dim E$. $V \cap W \neq \phi$ (2.2.1 c'est
même un singleton), donc ils sont perpendiculaires.
et $\dim W = \dim \vec{W} = n-p$. $(n = \dim E)$.
unicité : Supposons maintenant W' perpendiculaire à V,
de $\dim n-p$
et passant par a. Alors $W' = a + \vec{W}'$ avec
$\dim \vec{W}' = n-p$ et $\vec{W}' \subseteq \vec{V}^\perp$. Par dimension on a
donc $\vec{W}' = \vec{V}^\perp$ et donc $\vec{W}' = \vec{W}$ et $W = W'$.

2.2.5 On suppose V et W orthogonaux. Soit V' sous-esp.
affine de V et W'. On a donc $\vec{V} \subseteq \vec{W}^\perp$.
De plus $\vec{V}' \subseteq \vec{V}$ et $\vec{W}' \subseteq \vec{W}$ d'où $\vec{W}^\perp \subseteq \vec{W}'^\perp$
on a donc $\vec{V}' \subseteq \vec{V} \subseteq \vec{W}^\perp \subseteq \vec{W}'^\perp$ et donc V' et W' sont
orthogonaux.
Si on remplace "orthogonal" par "perpendiculaire" on a
encore que V' et W' sont orthogonaux mais leur intersection
peut être vide par exemple :