On en déduit que si $u \in SO(E)$ est une rotation d'axe dirigé et orienté par f et d'angle de mesure θ alors

- $\forall x \in \{f\}^{\perp} \quad \langle x, u(x)\rangle = \|x\|^2 \cos\theta$

et $\langle f \wedge x, u(x)\rangle = \|x\|^2 \sin\theta$

(Il suffit d'écrire les coordonnées de x dans une base $\mathcal{B}$ dont le premier vecteur est f, utiliser $\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(u) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\cos\theta \\ 0 & \sin\theta & \sin\theta \end{pmatrix}$ et calculer.)

Donc $\langle f \wedge x, u(x)\rangle$ est du signe de $\sin\theta$.

Revenons maintenant à l'exemple (page 2) :

on avait $A = \mathrm{Mat}_{\mathcal{E}}(u) = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ et

$f = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{Ker}(u - id)$, unitaire. Alors dans une base $\mathcal{B}$ dont le premier vecteur est f

$\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(u) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$. Pour déterminer θ

on remarque que $\mathrm{Tr}(\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(u)) = \mathrm{Tr}(A) = 2$

donc $\cos\theta = \frac{1}{2}$. On choisit $y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \in \{f\}^{\perp}$

et on calcule $f \wedge y = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\langle f \wedge y, u(y)\rangle = -\frac{3}{\sqrt{3}}$

donc $\sin\theta < 0$ et alors $\theta = -\frac{\pi}{3}$; u est la rotation d'axe dirigé et orienté par f et d'angle de mesure principale $-\frac{\pi}{3}$.