unitaires $f_1 = f_1'$ ou $f_1 = -f_1'$.

<u>cas</u> $f_1 = f_1'$: la matrice de passage de $\mathcal{B}$ à $\mathcal{B}'$ est de la forme $P = \left(\begin{array}{c|cc} 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \multicolumn{2}{c}{\multirow{2}{*}{R}} \\ 0 & & \end{array}\right)$ avec $R \in SO_2(\mathbb{R})$ (car $\mathcal{B}$ et $\mathcal{B}'$ de même orientation). On a donc

$$P^{-1} \mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(u) P = \mathrm{Mat}_{\mathcal{B}'}(u)$$

ce qui induit l'égalité

$$R^{-1} \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} R = \begin{pmatrix} c & -d \\ d & c \end{pmatrix}$$

mais comme $SO_2(\mathbb{R})$ est abélien alors $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & -d \\ d & c \end{pmatrix}$.

<u>cas</u> $f_1 = -f_1'$ On pose $\mathcal{B}'' = (f_1, f_3', f_2')$ qui est une bond et $\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}''}(u) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & d \\ 0 & -d & c \end{pmatrix}$. Par le même argument que ci-dessus $\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}''}(u) = \mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$

donc $b = -d$.

<u>conclusions</u> :

- contrairement à la dimension 2, pas d'unicité pour la matrice d'une rotation en une bond.
- $\exists a, b \in \mathbb{R}$ tels que pour toute bond dont le premier vecteur est fixé par u (appartient à $\mathrm{Ker}(u - id)$) la matrice de u est $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & -b \\ 0 & b & a \end{pmatrix}$ ou $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & -b & a \end{pmatrix}$
- Soit $f_1 \in \mathrm{Ker}(u - id)$ unitaire. Alors $\exists a, b \in \mathbb{R}$ tq $\forall \mathcal{B}$ bond dont le premier vecteur est f_1