(x_2, x_3) de H et on note . La matrice de $u_{|H}$ dans cette base est donc de la forme $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ avec $a^2+b^2=1$.

On pose $x_1 = \frac{x_0}{\|x_0\|}$ et on a que $\mathcal{B} = \{x_1, x_2, x_3\}$ est une base orthonormée et $Mat_{\mathcal{B}}(u)$ est comme dans l'énoncé. □

<u>remarque</u> : Si on oriente E (par le choix d'une base orthonormée $\mathcal{B}_0$) on peut trouver dans la proposition ci-dessus $\mathcal{B}$ orthonormée directe (notée b.o.n.d). En effet les bases (x_1, x_2, x_3) et $(-x_1, x_2, x_3)$ sont d'orientation différente et $Mat_{\mathcal{B}}(u) = Mat_{\mathcal{B}'}(u)$.

<u>exemple</u> : Soit u l'endomorphisme dont la matrice dans la base canonique est $A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

On vérifie que chaque colonne de A est un vecteur de norme 1 est que les 3 colonnes sont orthogonales 2 à 2.
De plus $\det A = 1$ donc u est une rotation de $\mathbb{R}^3$.

On calcule $\mathrm{Ker}(u - id_E)$ (pour trouver le vecteur x_1 de la bond)

on trouve $\ker(u - id) = \mathrm{Vect}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$. On pose alors $x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Dans ce cas $H = \left\{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}^{\perp}$, i.e.

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3, \quad x - y + z = 0 \right\}.$$