UE Math I algèbre
contrôle continu 1
Durée 30 mn
Le 8 Octobre 2009

Exercice 1 :

1°) Montrer par récurrence que, pour tout $n \geq 1$,

$$\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

On posera

$$S(n) = \sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + \cdots + n$$

2°) En déduire la valeur de

$$T(n) = \sum_{k=n+1}^{2n} k = (n+1) + (n+2) + \cdots + (2n-1) + 2n$$

Exercice 2 :

1°) Montrer par récurrence que pour $n \geq 0$, $a_n = 4^{2n+2} - 1$ est un multiple de 15.

2°) Soit $n \geq 1$, $b_n = 4^{2n+2} - 15n - 16$, calculer $b_{n+1} - b_n$ et montrer que $b_{n+1} - b_n$ est un multiple de $225 = 15 \times 15$.

3°) Montrer que pour tout entier $n \geq 0$, b_n est un multiple de 225.