

Boîte à outils pour Analyse 4

1 Egalités et inégalités utiles

$$\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2, \quad ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2} \quad (1.1)$$

$$\forall (a, b) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n, \quad a = \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} \quad (1.2)$$

$$\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2, \quad a + b \leq 2 \max(a, b) \quad (1.3)$$

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n, \quad \langle x + y, x + y \rangle = \|x + y\|_2^2 = \|x\|_2^2 + \|y\|_2^2 + 2\langle x, y \rangle \quad (1.4)$$

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n, \quad \langle x + y, x - y \rangle = \|x\|_2^2 - \|y\|_2^2 \quad (1.5)$$

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n, \quad \left| \|x\|_2 - \|y\|_2 \right| \leq \|x + y\|_2 \leq \|x\|_2 + \|y\|_2 \quad (1.6)$$

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n, \quad \left| \sum_{k=1}^n x_k y_k \right| \leq \|x\|_2 \|y\|_2 \quad (1.7)$$

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad |x| \leq \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{ou } x^2 \leq x^2 + y^2) \quad (1.8)$$

2 Limites usuelles

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1 \quad (2.1)$$

$$\forall \alpha > 0, \forall \beta > 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\alpha x}}{x^\beta} = +\infty \quad (2.2)$$

$$\forall \alpha > 0, \forall \beta > 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} |x|^\beta e^{\alpha x} = 0 \quad (2.3)$$

$$\forall \alpha > 0, \forall \beta > 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(x))^\beta}{x^\alpha} = 0 \quad (2.4)$$

$$\forall \alpha > 0, \forall \beta > 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha |\ln(x)|^\beta = 0. \quad (2.5)$$

3 Fonctions usuelles

Dérivées, variations, parité, etc. : cf. cours de L1-L2 ou ce Résumé sur les fonctions usuelles (Bibmath)

DL en 0 : cf. cours de L1-L2 ou Développements limités des fonctions usuelles (Bernard Ycart)