

# Conseils méthodologiques

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Apprendre le cours</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>Maîtriser le cours</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Apprendre à rédiger</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Durant un examen</b>	<b>4</b>
<b>6</b>	<b>Rédaction et correction</b>	<b>4</b>

## 1 Introduction

Vous trouverez dans ce document une liste de conseils méthodologiques pour apprendre / travailler les mathématiques. Certains éléments sont issus de mon expérience personnelle, prenez ce qui vous parle et laissez ce qui ne vous parle pas si vous avez déjà vos propres méthodes et qu'elles sont efficaces.

## 2 Apprendre le cours

**Résumé.** (Lisez quand même les détails ci-dessous pour savoir ce que j'entends par là).

- Apprendre les définitions.
- Apprendre les résultats du cours (avec leurs hypothèses).
- Apprendre la structure des preuves et savoir les retrouver en prenant du recul.

Les mathématiques reposent tout d'abord sur des **définitions** (ex : définition d'une fonction continue / dérivable etc.). Elles sont essentielles ne serait-ce que pour **comprendre l'énoncé** d'un théorème ou d'un exercice, et bien souvent on part d'elles pour commencer une démonstration. Imaginez : vous faites de la mécanique et on vous demande de changer le vilebrequin d'une voiture. Si vous ne savez pas ce que c'est, ce n'est même pas la peine d'ouvrir votre boîte à outils. Quand on corrige une copie, on s'aperçoit fréquemment que l'élève ne connaît pas les définitions du cours.

Une fois les définitions apprises, il faut bien sûr **apprendre les résultats principaux du cours** (propositions, théorèmes,...). Ce sont **les outils dont vous disposerez** pour résoudre les problèmes posés en exercices / examens (ou que vous rencontrerez naturellement si vous continuez dans les sciences au sens large). Il est important de prêter attention aux **hypothèses nécessaires** pour pouvoir appliquer un résultat, elles font partie intégrante de l'énoncé. Exemple : vous voulez utiliser le théorème des valeurs intermédiaires, quelles conditions doit satisfaire la fonction considérée ? Dans une preuve, avant d'appliquer un résultat on commence par vérifier les hypothèses requises (cela vous guide ainsi dans la preuve et une partie des points est dédiée à cette étape).

La plupart des énoncés du cours sont accompagnés d'une preuve plus ou moins longue, plus ou moins astucieuse... Plutôt que de les apprendre par coeur, on attend de vous de savoir **retrouver les démonstrations** du cours. Pour cela, essayez de comprendre et **retenir les idées derrière les preuves, leur schéma / structure générale et les outils utilisés** (sans tomber dans le piège de tout apprendre mot-à-mot, ce n'est pas raisonnable!). On attend de vous que vous preniez un certain **recul**.

*Exemple. Pour le théorème spectral : la preuve est par récurrence sur la dimension de l'espace (idée 1). La difficulté est pour montrer l'hérédité. Pour faire chuter la dimension, on cherche une droite stable, ce qui revient à montrer qu'il existe un vecteur propre (idée 2). Dans ce cas l'orthogonal est aussi stable (idée 3) et on peut appliquer l'hypothèse de récurrence à ces deux sous-espaces. La preuve de la décomposition des endomorphismes normaux a le même schéma.*

Comprendre une preuve et avoir identifié ses éléments clefs / sa structure permet de pouvoir la retrouver beaucoup plus efficacement que de l'apprendre par coeur (sauf si vous avez une mémoire exceptionnelle). Par ailleurs, cela vous donnera l'inspiration pour résoudre des exercices similaires. Pour résoudre un problème, on essaie souvent de le rapprocher d'une situation traitée en cours / TD. A quoi me fait penser cette exercice ? Dans le cours ou le TD, comment avait-on résolu ce problème (type de raisonnement (récurrence ? par l'absurde ?), quel théorème, quelles propriétés avait-on utilisés ? Où étaient les difficultés ? etc.) Est-ce que je peux utiliser une méthode similaire ? Si j'ai tout appris par coeur je risque de manquer de recul et d'avoir un blocage lorsque la situation est proche mais légèrement différente.

### 3 Maîtriser le cours

#### Résumé.

- Travailler les preuves du cours.
- Travailler les exemples.
- Travailler les exercices (de manière active!).

En mathématiques on met en place et manipule des notions et des concepts abstraits (exemples : espaces vectoriels, groupe, corps,...). Chacun et chacune doit reconstruire intérieurement cette tour de l'abstrait, ce qui est un vrai cheminement personnel et un travail en soi. Lire et apprendre le cours est souvent insuffisant pour le **maîtriser** (et pouvoir le **mettre en application**). Vous maîtriserez une notion abstraite quand elle devient concrète pour vous, familière. Cela survient avec la pratique, la répétition, le travail du cours et des exercices.

Pour maîtriser le cours en profondeur, il est important de comprendre et travailler les preuves (qui peuvent être vues comme des exercices en soi) et les exercices.

**Méthode pour travailler un exercice.** Voici déjà les choses **à éviter** :

- ne pas chercher les exercices, ne pas lire la correction des exercices (no comment)
- chercher les exercices, ne pas lire la correction (lire la correction permet : 1) de voir un exemple de rédaction correcte, 2) d'identifier les points maîtrisés / à travailler)
- ne pas chercher les exercices, lire la correction (voir ci-dessous).

Lire la correction d'un exercice / une preuve sans chercher de son côté à le faire soi-même présente souvent un intérêt limité. Pourquoi ? En procédant ainsi on ne voit souvent pas les difficultés cachées et on retient moins bien. On se retrouve alors souvent, durant un examen, à se rendre compte que finalement on ne sait pas/plus comment faire. Essayez de procéder systématiquement ainsi lorsque vous travaillez un exercice :

1. Je cherche à le résoudre **activement** par moi-même **sans lire la correction** tout de suite.

2. Si je le résous jusqu'au bout, je lis ensuite la correction pour vérifier et pour avoir un exemple de rédaction (voire une 2ème démonstration si j'ai procédé autrement, ce qui est tout à fait possible, il y a souvent plusieurs manières de prouver un résultat).
3. Il arrivera souvent que je bloque à un moment de la preuve (cela peut être le tout début – je ne sais pas comment commencer –, au milieu etc.). Ne perdez pas 2h à bloquer mais **continuez à chercher pendant quelques minutes** (même 2 minutes ce sera déjà profitable) en essayant d'identifier ce qui vous bloque (c'est important!).
4. **Après avoir bloqué**, lisez la partie de la démonstration qui vous permet de vous débloquent, prenez une minute pour résumer mentalement “qu'est-ce qui me bloquait? qu'est-ce qui m'a permis de me débloquent dans cette situation?”. Quand vous serez en examen face à une difficulté similaire, si vous avez suivi cette démarche vous serez alors beaucoup plus à même de la résoudre (“Je me rappelle que j'avais bloqué ici, comment on faisait pour se débloquent?”). Si vous n'avez pas cherché et donc pas bloqué sur cette difficulté, il y a de grandes chances pour que ça se passe beaucoup moins bien en examen.
5. Continuez ainsi jusqu'à la fin de l'exercice : je cherche, je bloque, je lis la partie pour me débloquent, je continue.
6. **Reprenez plus tard les exercices** pour lesquels vous avez eu des blocages (un autre jour dans l'idéal) et recommencez le processus jusqu'à ce que vous puissiez résoudre l'exercice sans l'aide de la correction.

Vous pouvez appliquer cette méthode pour les preuves du cours, ainsi que pour les exemples.

## 4 Apprendre à rédiger

La rédaction en mathématiques a une grande importance. Pourquoi? Parce que ce que vous écrivez pas être lu par quelqu'un d'autre (qui a priori n'a pas la capacité de lire vos pensées). Quand on fait de la recherche, notre travail est de convaincre la communauté que ce qu'on a fait est juste. Quand on fait ses études, notre travail est aussi de convaincre le correcteur que ce qu'on a fait est juste, et surtout de montrer qu'on a compris (s'il manque la moitié des arguments et qu'en plus c'est mal rédigé...). Cf. la partie 6 pour plus de détails. Développez vos capacités de justesse et clarté de rédaction vous servira dans bien des domaines et des situations (même si vous ne continuez pas les mathématiques).

- Introduisez / déclarez les objets qui n'apparaissent pas dans l'énoncé (“Soit  $x$  tel que...”). Ce n'est pas au correcteur de deviner la nature des objets que vous manipulez. Ecrire une preuve c'est un peu comme écrire un programme informatique : si vous dites à un ordinateur de manipuler une variable que vous n'avez pas introduite, vous obtenez une erreur.
- Mettez du français aux endroits appropriés, contrairement à ce qu'on pourrait penser écrire des mathématiques ce n'est pas mettre uniquement des symboles mathématiques et une série de formules! On commence souvent pas décrire (en français) ce qu'on cherche à faire, comment on va procéder etc. Par exemple “Montrons que  $G$  est un groupe. On procède par récurrence sur son cardinal. [...]. Or, on sait que [...]. On en déduit alors [...]. Donc [...]. On obtient une contraction, d'où le résultat annoncé.”

Généralement, on évite de commencer une phrase par un symbole mathématique (plutôt que “ $G$  est donc un groupe” on préférera “Donc  $G$  est un groupe”). De même, dans une phrase en français on évite de mettre des quantificateurs  $\forall$  et  $\exists$  (plutôt que “on vient de montrer que  $\forall x$  on a  $f(x) = \dots$ ” on écrira “on vient de montrer que pour tout  $x$  on a  $f(x) = \dots$ ”).

Prenez exemple sur le cours (rédaction des preuves), sur la correction des TDs et des examens. Demandez conseils au besoin, relisez aussi vos copies corrigées.

## 5 Durant un examen

Quelques conseils à suivre durant un examen. Contrairement à la recherche en mathématiques (où on ne peut pas laisser de “trous” dans les preuves et les arguments), en examen on cherchera plutôt à montrer ce que l’on sait faire là où on peut.

- **Lisez le sujet** avant de vous lancer tête baissée! Sur quoi portent les exercices? Est-ce qu’il y a des sujets sur lesquels je suis plus à l’aise? (vous pouvez commencer par ceux-là).
- **Lisez toutes les questions d’un exercice** avant de vous lancer tête baissée! Les questions se suivent souvent et peuvent donner des idées / des directions. Parfois elles peuvent être traitées de manière indépendante (même si on n’a pas réussi les premières).
- **N’abandonnez pas à la première difficulté.** Vous bloquez à une question? Admettez-la et essayez de poursuivre. On a toujours le droit de traiter une question en admettant les précédentes (et certaines sont vraiment faisables sans avoir réussi ce qui précède). C’est aussi pour cela qu’il est important de lire toutes les questions de l’exercice.
- **Gérez votre temps.** Un examen est en temps limité. Ne cherchez pas nécessairement à traiter TOUT le sujet. Il faut viser un juste milieu entre qualité et quantité. Si vous voulez trop en faire, il y a le risque de ne rien faire correctement. La plupart d’entre vous ne cherche pas le 20/20, il n’y a vraiment pas besoin de traiter tous les exercices pour espérer avoir plus que la moyenne. De même, si vous voulez trop bien faire et êtes trop perfectionniste, il y a le risque d’en faire trop peu. Vous rencontrez une question difficile pour vous? Cherchez en gardant en tête le temps : il faut éviter de perdre une demi-heure sur une simple question alors qu’il y a d’autres questions plus faciles que vous pourriez faire à la place. Donnez-vous une limite (“je cherche 10 min maximum sur cette question, après je passe à la suite” par exemple), ou sautez la question en l’admettant quitte à y revenir plus tard si vous avez le temps. Bien sûr il faut aussi un minimum de persévérance et éviter de sauter une question dès qu’on bloque plus de 10 secondes... Gardez aussi en tête qu’il y a des questions / exercices plus difficiles que d’autres (pour lesquels il est normal de passer plus de temps).
- **Utilisez un brouillon.** C’est souvent utile pour noter ses idées, tenter des choses, vérifier des calculs, faire des gribouillis, des dessins... Vous ne le rendez pas à la fin, donc n’ayez pas peur de sa propreté, d’écrire des choses fausses, maladroites ou naïves dessus! Votre copie n’est PAS un brouillon en revanche (cf. ci-dessous).
- **Accordez de l’importance à la propreté et à la rédaction.** On attend de vous des compétences en rédaction (cf. la partie 6). Votre travail sera lu et corrigé, et la rédaction rentre en compte dans l’évaluation.

## 6 Rédaction et correction

*Fait* : la personne qui corrige n’est pas une machine.

*Exercice difficile* : essayez pendant un petit temps de vous mettre à la place du correcteur / de la correctrice. En tant qu’élève, vous avez passé 2h sur votre copie, ce n’était pas forcément une partie de plaisir, on le conçoit. Maintenant essayez de concevoir que la personne qui corrige va avoir une centaine de copies (parfois plus, parfois moins) à évaluer. A raison de 15 min par copie (durée arbitraire pour cette expérience mentale), cela fait 25h de correction...

Maintenant, imaginez – après déjà quelques heures de correction – une copie très mal rédigée, des réponses illisibles et des raisonnements alambiqués qui demandent plusieurs minutes pour être compris (et qui n’ont pas forcément beaucoup de sens)... et imaginez une copie propre, claire, facile et agréable à lire... Je ne fais pas de dessin.

**Il y a un contrat de confiance/méfiance implicite entre la personne qui compose et la personne qui corrige** (c’est encore plus vrai en concours : une mauvaise rédaction ne pardonne pas). On me demande parfois à quel point il faut écrire les détails d’une preuve. Il

n'y a pas de réponse définitive à mon sens. Généralement, si la question est "facile" et en début d'exercice, on attend les détails pour montrer que vous maîtrisez les bases. Si vous avez déjà fait plusieurs questions de ce genre avec tous les détails, proprement et de manière juste, le correcteur / la correctrice a confiance en vous et sera plus à même de montrer une certaine tolérance pour le passage où vous donnez moins de détails. S'il y a une question plus difficile et que vous n'écrivez pas tous les détails pour les éléments les plus faciles de la preuve, cela devrait être accepté sans problème. Si au contraire, vous avez fait n'importe quoi pour les questions élémentaires et que le correcteur / la correctrice se dit que vous ne maîtrisez pas les bases (et n'a donc pas confiance), il y aura beaucoup moins de tolérance.