

EXERCICES DE RÉVISION

Exercice 1 — On se place dans \mathbf{R}^3 . Soit \mathcal{P} le plan d'équation $2x + 5y - z = 4$.

1. Quelle est la direction de \mathcal{P} ?
2. Donner un paramétrage de \mathcal{P} .
3. Donner un repère de \mathbf{R}^3 dans lequel, si on note (α, β, γ) les coordonnées, l'équation de \mathcal{P} est $\gamma = 0$. Exprimer (x, y, z) en fonction de (α, β, γ) .
4. Soit \mathcal{D} la droite d'équations $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + z = 3 \end{cases}$. Donner l'expression analytique de la projection sur \mathcal{P} dans la direction \mathcal{D} .

Exercice 2 — Soit E un espace affine et soit $f : E \rightarrow E$ bijective.

1. Soit t une translation de vecteur $\vec{u} \in E$. Quelle est l'application $f \circ t \circ f^{-1}$?
2. Soit h une homothétie de centre O et de rapport λ . Quelle est l'application $f \circ h \circ f^{-1}$?

Exercice 3 (Théorème de Pappus) — Soit \mathcal{E} un plan affine sur un corps K . Soit \mathcal{D} et \mathcal{D}' deux droites sécantes en un point O . Considérons trois points A, B, C de \mathcal{D} distincts de O , ainsi que trois points A', B', C' de \mathcal{D}' distincts de O . On suppose que les droites (AB') et $(A'B)$ sont parallèles, ainsi que les droites (BC') et $(B'C)$.

Il s'agit de démontrer que les droites (AC') et $(A'C)$ sont également parallèles.

1. Première méthode : utiliser le théorème de Thalès (et sa réciproque).
2. Deuxième méthode : utiliser un repère affine, d'axes \mathcal{D} et \mathcal{D}' .
3. Troisième méthode : utiliser des homothéties.

Exercice 4 — Soit $ABCD$ un parallélogramme dans un plan affine réel \mathcal{E} . On désigne par P et Q les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[BC]$, et par R le point d'intersection des droites (AQ) et (DP) .

Soit $f : \mathcal{E} \rightarrow \mathbf{R}^2$ l'application affine telle que

$$f(A) = (0, 1), \quad f(C) = (1, 0) \text{ et } f(D) = (0, 0).$$

1. Calculer $f(B)$.
2. En déduire les rapports vectoriels

$$\frac{\vec{RP}}{\vec{RD}} \text{ et } \frac{\vec{RQ}}{\vec{RA}}.$$