Devoir Maison 1

À déposer sur tomuss avant 14 heures vendredi 27.03.2020

Exercice 1.

Déterminer la projection orthogonale du point $b = (-2, 3, 4)$ sur la droite D passant par l'origine de vecteur-dirécteur $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Calculer la distance de b à D.

Exercice 2.

On se donne $v_1 = A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ dans $\mathbb{R}^3$. Soit $F = \mathrm{Vect}(v_1, v_2)$.

1. Calculer la matrice de p_F, projecteur orthogonal sur F, dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$.
2. Donner une base B pour laquelle la matrice de p_F soit la matrice diagonale $\mathrm{Diag}(1, 1, 0)$.

Exercice 3.

On munit l'espace vectoriel $E = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ du produit scalaire suivant :

$$\phi : E \times E \longrightarrow \mathbb{R},\ \phi(A, B) = tr(A\ {}^tB).$$

On considre le sous-espace S des matrices symétriques :

$$S = \{M \in E |\ {}^tM = M\}.$$

Le sous-espace orthogonale de S est l'espace des matrices anti-symétriques

$$S^{\perp} = \{M \in E |\ {}^tM = -M\}.$$

Trouver les projections de la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ sur S et $S^{\perp}$.