

---

THÈMES POUR L'EXAMEN ORAL

26 mai 2020

*Il est impérative de disposer du matériel suffisant pour faire des vidéos de vous et des photos (ou de scan) de ce que vous écrivez. Au début de l'examen vous devez présenter votre carte d'étudiant et de vous montrer avec cette carte en temps réel.*

---

1. Formes bilinéaires. Produit scalaire.
  - (a) Exemples
  - (b) Matrices d'une forme bilinéaire et du produit scalaire
  - (c) Cauchy-Schwarz
  - (d) Norme associée à un produit scalaire
2. Orthogonalité
  - (a) Vecteurs et espaces orthogonaux
  - (b) Théorème de Pythagore
  - (c) Identité de parallélogramme
3. Projection orthogonale
  - (a) Cosinus d'un angle
  - (b) Projection sur une droite
  - (c) Distance à un sous-espace
  - (d) Méthode de moindres carrés
  - (e) Propriétés d'une projection orthogonale
  - (f) Symétrie orthogonale
  - (g) Matrice d'une projection et de symétrie orthogonales dans une base adaptée
4. Endomorphismes d'espaces euclidiens
  - (a) Définition de l'espace duale
  - (b) Endomorphisme adjoint
  - (c) Matrice d'un endomorphisme adjoint
  - (d) Caractéristiques d'endomorphismes - existence d'endomorphisme inverse, relation avec son inverse, avec son dual
5. Endomorphismes orthogonaux
  - (a) Matrice orthogonale
  - (b) Définition d'un groupe. Exemples.
  - (c) Mouvement du plan qui préserve le triangle équilatéral
  - (d)  $O_2(\mathbb{R})$  - groupe orthogonale dans  $\mathbb{R}^2$
  - (e) Orientation d'un espace
6. Groupe  $O_3(\mathbb{R})$ 
  - (a) Sous-espaces invariants de dimension 1 et 2
  - (b) Isométries en dimension 3 - rotations et réflexions
  - (c) Éléments caractéristiques des isométries en  $\mathbb{R}^3$  (plans de réflexion, axes et angles de rotation).
7. Endomorphismes symétriques
  - (a) Théorème spectral. Exemple quand le thm spectral ne marche pas
  - (b) Endomorphismes symétriques positifs
  - (c) Endomorphismes symétriques et orthogonaux à la fois
  - (d) Sens de la décomposition polaire