

Matrice de Passage. Rappel

Algèbre IV

Soit $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ une base dans l'espace réel V (de dim 2)

et $\{\vec{f}, \vec{g}\}$ une autre base

soient $\vec{f} = f_1 \vec{e}_1 + f_2 \vec{e}_2$ et $\vec{g} = g_1 \vec{e}_1 + g_2 \vec{e}_2$

ou bien $\begin{pmatrix} \vec{f} & \vec{g} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_1 & g_1 \\ f_2 & g_2 \end{pmatrix}$. On appelle $\begin{pmatrix} f_1 & g_1 \\ f_2 & g_2 \end{pmatrix}$ - la matrice de passage.

Tout vecteur \vec{v} à coordonnées (v_1, v_2) dans la base $\{\vec{f}, \vec{g}\}$ se réécrit: $\vec{v} = v_1 \vec{f} + v_2 \vec{g}$

$$= v_1 (f_1 \vec{e}_1 + f_2 \vec{e}_2) + v_2 (g_1 \vec{e}_1 + g_2 \vec{e}_2)$$

$$= (v_1 f_1 + v_2 g_1) \vec{e}_1 + (v_1 f_2 + v_2 g_2) \vec{e}_2$$

ou bien en écriture matricielle

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \vec{f} & \vec{g} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_1 & g_1 \\ f_2 & g_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

avec $P = \begin{pmatrix} f_1 & g_1 \\ f_2 & g_2 \end{pmatrix}$ - la matrice de passage

qui fait de la base $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ la base $\{\vec{f}, \vec{g}\}$.