PROGRAMME TRAITÉ EN COURS DE TECHNIQUES MATHÉMATIQUES DE BASE

Cours
Un cours polycopié sera distribué prochainement.
Ouvrage recommandé
Le livre de F. AYRES et E. MENDELSON : *Analyse*, collection Mini Schaum's, EdiSciences, chez Dunod, Paris, 2002.
Site
L'adresse du wiki site du module TMB est :
http://licence-math.univ-lyon1.fr/doku.php?id=p13:tmb:page

Programme traité lors du cours du 12 février 2013

Nombres complexes
Construction des nombres complexes. Addition et multiplication des nombres complexes. Inverse d'un complexe non nul. Représentation des points du plan par des nombres complexes. Interprétation de la somme de deux nombres complexes. Forme trigonométrique d'un complexe non nul. Formule d'Euler. Interprétation géométrique du produit de deux nombres complexes.

Exercices traités
1) Calculer la partie réelle, la partie imaginaire, le conjugué, le module et le carré du nombre complexe $z=1/(1+i)$.
2) Résoudre $z^2=3+4i$.
3) Module et argument de $z=1+i(3)^{1/2}$. En déduire la valeur de z^5.
4) Montrer que : $\sin x+(3)^{1/2}\cos x=2 \sin(x+(\pi/3))$, et que $\cos x-(3)^{1/2}\sin x=2 \cos(x+(\pi/3))$.
5) Linéariser $\cos^4 x$.
6) Montrer que : $\sin(\pi/5)+\sin(2\pi/5)+ \sin(3\pi/5)+ \sin(4\pi/5)=\cotan(\pi/10)$.

Programme traité lors du cours du 19 février 2013

Nombres complexes (fin)
Racines n-ième d'un nombre complexe. Résolution de l'équation du second degré à coefficients complexes. Zéros des polynômes, zéros multiples. Théorème de D'Alembert-Gauss. Factorisation des polynômes. Exemples de factorisations.

Géométrie du plan

Vecteurs du plan. Addition, multiplication par un scalaire. Vecteurs linéairement indépendants. Bases. Coordonnées cartésiennes d'un vecteur, d'un point. Produit mixte de deux vecteurs. Critère d'indépendance de deux vecteurs.

Exercices traités

1) Calculer les racines cubiques de 8.
2) Montrer que $P(z)=z^3+2(1-i)z^2+(5-4i)z-10i$ a une racine purement imaginaire. Calculer les racines de z^2+2z+5. En déduire la factorisation de P.
3) Factoriser X^3-8 sur le corps des réels et sur le corps des complexes.
4) Montrer que 3 vecteurs du plan sont toujours liés.
5) Montrer, en utilisant les nombres complexes, que le module du produit mixte de deux vecteurs est égale à l'aire du parallélogramme construit sur ces vecteurs.

Programme traité lors du cours du 26 février 2013

Géométrie de l'espace

Fin de la géométrie du plan.
Vecteurs de l'espace : définition, structure d'espace vectoriel, indépendance linéaire, base orthonormale, coordonnées cartésiennes.
Produit scalaire : définition, propriétés, interprétation, calcul en coordonnées, identité de la médiane, formule de polarisation.
Géométrie analytique dans l'espace : équation d'un plan, distance d'un point à un plan, projection d'un point sur une droite, sur un plan.

Exercices traités

1) Condition sur *a* pour que les vecteurs du plan de coordonnées *(1,-a)* et *(a,2a+1)* soient linéairement indépendants ? Aire du parallélogramme construit sur ces deux vecteurs ?

2) Soient *A,B* deux points distincts de l'espace. Lieu des points *M* de l'espace tels que le produit scalaire des vecteurs *MA* et *MB* soit nul ? Cas du plan ?

3) On considère les points *A(a,0,0)*, *B(0,b,0)* et *C(0,0,c)*.
a) Équation du plan passant par *A,B,C* ?
b) Coordonnées de la projection orthogonale de l'origine sur le plan passant par *A,B,C* ?
c) Distance de l'origine au plan passant par *A,B,C* ?

4) Distance du point *A(1,1,1)* au plan d'équation *2x-2y+z-3=0 ?* Montrer que ce plan est tangent à la sphère de centre *0* et de rayon *1*.

5) On considère les points du plan *A(1,1)*, *B(0,3)* et *C(0,1)*.
a) Équation de la droite *(D)* passant par *A* et *B ?*
b) Équation de la droite *(D')* perpendiculaire à *(D)* et passant par C ?

c) Déterminer le point d'intersection des droites *(D)* et *(D')*.
d) Calculer de deux manières différentes la distance du point *C* à la droite *(D)*.

Programme traité lors du cours du 5 mars 2013

Géométrie de l'espace

Produit vectoriel : orientation de l'espace, définition du produit vectoriel, calcul en coordonnées cartésiennes. Lien avec la notion de moment. Application au calcul de la distance d'un point à une droite. Perpendiculaire commune à deux droites non coplanaires et calcul de la distance entre ces deux droites.
Produit mixte : Définition, lien avec le volume d'un parallélépipède, notion de déterminant d'une matrice 3x3, calcul de ce déterminant par la règle de Sarrus, développement du déterminant selon les éléments d'une colonne, antisymétrie du déterminant. Critère d'indépendance de trois vecteurs de l'espace.

Matrices

Applications linéaires et matrices : Définition d'une application linéaire. Formes linéaires. Exemples.

Exercices traités

1) On considère les points *A(2,1,-1)*, *B(0,1,1)* et *C(3,0,2)*. a) Équation du plan passant par *A,B* et *C*. b) Calcul de la distance de l'origine au plan passant par *A,B* et *C*.

2) On considère les points *A(1,0,1)*, *A'(0,1,0)*, *B(0,1,1)* et *B'(1,1,1)*. a) Montrer que les droites *AA'* et *BB'* ne sont pas coplanaires. b) Montrer l'existence d'une perpendiculaire commune aux droites *AA'* et *BB'*. Calculer la distance entre les droites *AA'* et *BB'*.

3) Calculer le volume du parallélépipède construit sur les vecteurs $\overrightarrow{V_1}=(1,0,0)$, $\overrightarrow{V_2}=(1,1,0)$ et $\overrightarrow{V_3}=(1,0,2)$. Ces vecteurs forment-ils une base ?

4) a) Déterminer a et b pour que l'application *f(x)=ax+b* soit linéaire de *R* sur *R*. b)Déterminer toutes les applications linéaires de R^2 dans *R*.

Prévu pour le prochain cours

MATRICES. notion de matrice. Somme et produit de matrices. Exemples de matrices. Matrices et systèmes linéaires. Application des matrices à la résolution d'équations aux différences finies.