

Contrôle Continu du 12 avril 2013 - 11h45/12h45
Sujet 3

Note. Aucun document n'est autorisé. Les calculatrices et téléphones portables sont interdits. Les trois exercices sont indépendants.

Exercice 1.

1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$z^2 - (5 + 3i)z + 2 + 6i = 0 \quad (1)$$

2. On considère dans \mathbb{C} l'équation

$$z^3 - (4 + 3i)z^2 - (3 - 3i)z + 2 + 6i = 0 \quad (2)$$

(a) Montrer que (2) admet une solution réelle z_0 que l'on déterminera.

(b) Montrer que pour tout $z \in \mathbb{C}$, on a

$$z^3 - (4 + 3i)z^2 - (3 - 3i)z + 2 + 6i = (z - z_0)(z^2 + az + b)$$

où $a, b \in \mathbb{C}$ sont des nombres complexes à déterminer.

(c) Résoudre (2).

Exercice 2.

Dans l'espace rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1, 2, 3)$, $B(2, 3, 1)$ et $C(3, 1, 2)$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

2. En déduire l'équation cartésienne du plan P contenant A , B , et C .

3. Déterminer l'équation cartésienne du plan P' parallèle à P passant par $D(1, 1, 1)$.

4. Donner la distance d du point D à P et montrer que $\|\overrightarrow{DA}\| = \|\overrightarrow{DB}\| = \|\overrightarrow{DC}\|$.

Exercice 3.

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\operatorname{sh}(x) = 2$.