

Contrôle Continu du 11 avril 2013 - 13h30/14h30  
Sujet 1

*Note. Aucun document n'est autorisé. Les calculatrices et téléphones portables sont interdits. Les trois exercices sont indépendants.*

**Exercice 1.**

1. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation

$$z^2 - (5 + i)z + 8 + i = 0 \quad (1)$$

2. On considère dans  $\mathbb{C}$  l'équation

$$z^3 - (7 + i)z^2 + (18 + 3i)z - 16 - 2i = 0 \quad (2)$$

(a) Montrer que (2) admet une solution réelle  $z_0$  que l'on déterminera.

(b) Montrer que pour tout  $z \in \mathbb{C}$ , on a

$$z^3 - (7 + i)z^2 + (18 + 3i)z - 16 - 2i = (z - z_0)(z^2 + az + b)$$

où  $a, b \in \mathbb{C}$  sont des nombres complexes à déterminer.

(c) Résoudre (2).

**Exercice 2.**

Dans le plan rapporté au repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points  $A(2, 3)$  et  $B(4, 5)$ .

1. Donner l'équation cartésienne de la droite  $\Delta$  passant par  $A$  et  $B$ .

2. Donner un vecteur orthogonal non nul à  $\Delta$ .

3. Ecrire la représentation paramétrique et l'équation cartésienne de la droite  $D$  perpendiculaire à  $\Delta$  et passant par le point  $C(1, 1)$ .

4. Déterminer les coordonnées de la projection orthogonale  $H$  de  $C$  sur  $\Delta$ .

**Exercice 3.**

On considère l'application linéaire  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  définie par  $f(x, y) = (x + 2y, x - 2y)$ , pour  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ .

1. Ecrire la matrice  $A$  de  $f$  dans la base canonique de  $\mathbb{R}^2$ .

2. Calculer  $\det(A)$ .

3.  $A$  est-elle inversible ? Si oui, calculer son inverse  $A^{-1}$ .