

## CC2 (séquence 2) - Espaces vectoriels

16 avril 2013 – durée : 30 minutes

Les exercices ci-dessous sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. L'utilisation de documents de toute nature et de calculettes n'est pas autorisée.

**Exercice 1.** Soient  $F$  et  $G$  les deux sous-espaces vectoriels de l'espace vectoriel  $\mathbb{R}^4$  suivants :

$$\begin{aligned} F &= \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid y = z = 0\}, \\ G &= \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid 2y - t = z = 0\}. \end{aligned}$$

- Donner une base de  $F$ ,  $G$ , et  $F + G$ .
- Énoncer la formule de Grassmann et en déduire  $\dim(F \cap G)$ .
- Déterminer une base de  $F \cap G$ .

**Exercice 2.** On considère la famille de vecteurs de  $\mathbb{R}^3$  suivante :

$$\mathcal{F} = \{v_1 = (0, 1, -1), v_2 = (0, 1, 0), v_3 = (0, 2, -1), v_4 = (0, 0, 1)\}.$$

- On pose  $V = \text{Vect}_{\mathbb{R}}(\mathcal{F})$ . Extraire de  $\mathcal{F}$  une base de  $V$ .
- En déduire  $\dim_{\mathbb{R}}(V)$ .
- Exprimer qu'un vecteur  $(x, y, z)$  appartient à  $V$  par une équation en  $x, y, z$ .
- En déduire du point c) ou montrer directement que le vecteur  $w_1 = (2, -1, 1) \notin V$ .