

**Math L2 / Unité d'enseignement « Analyse III »**

**devoir surveillé DS1 / mercredi 18 octobre 2017 / durée 30 minutes**

*L'utilisation de documents de toute nature, de calculettes, et de téléphones n'est pas autorisée. Toute réponse doit être justifiée.*

**1.** Déterminer si les fonctions suivantes sont intégrables sur les intervalles donnés :

(a)  $x \mapsto x - \sqrt{1+x^2}$  sur  $[0, +\infty[$       (b)  $x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x}-1}$  sur  $[0, 1]$

**2.** Déterminer la nature (convergence absolue, semi-convergence, ou divergence) de chacune des séries suivantes :

(a)  $\sum_{n \geq 2} \frac{1}{n + (-1)^n \sqrt{n}}$

(b)  $\sum_{n \geq 2} \frac{(-1)^n}{n - \sqrt{n}}$

(c)  $\sum_{n \geq 1} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$

(d)  $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n (1 - \cos n)^n}{n!}$

(e)  $\sum_{n \geq 1} e^{-\sqrt{n}}$

(f)  $\sum_{n \geq 1} e^{-\sqrt{\ln n}}$