

# Analyse III Fonctions de plusieurs variables

Cours de Francis Clarke Programme année 2016-17

## 1. Topologie de $\mathbb{R}^n$ , fonctions continues

- Introduction aux fonctions de plusieurs variables
- L'espace  $\mathbb{R}^n$  : combinaison linéaire et convexe, segment, partie convexe ; normes, boules, équivalence des normes
- Topologie de  $\mathbb{R}^n$  : ensemble ouvert, borné, fermé ; voisinage, intérieur, adhérence, frontière ; limite d'une suite ; théorème de Bolzano-Weierstrass, partie compacte
- Continuité ; existence d'un min/max sur un compact (théorème de Weierstrass)

## 2. Séries numériques à valeurs réelles

- Séries à termes positifs, critères de convergence
- Convergence absolue et conditionnelle, séries alternées

## 3. Calcul différentiel, géométrie, intégrales multiples

- Dérivées partielles d'ordre un et plus ; les classes  $C^m$  ; théorème de Clairaut-Schwarz
- Extremum local ; points critiques ; optimisation élémentaire, méthode déductive
- Différentiabilité ; gradient, théorème des accroissements finis ; dérivée directionnelle
- Dérivées des fonctions composées
- Dérivée d'une fonction implicite (introduction)
- Droite tangente et plan normal à une courbe de niveau
- Plan tangent à une surface de niveau ; droite normale
- Multiplicateurs de Lagrange
- Matrice jacobienne, déterminant jacobien
- Calculs d'intégrales doubles et triples

## 4. Calcul différentiel du second ordre et convexité

- Développement de Taylor-Lagrange d'ordre deux ; matrice hessienne
- Conditions nécessaires du second ordre pour un extrémum local
- Classification des points critiques
- Fonctions convexes : définition et propriétés de base

## 5. Convergence des fonctions et fonctions définies par une intégrale

- Convergence simple et uniforme, propriétés de la limite uniforme
- Intégrales généralisées et intégrales dépendant d'un paramètre
- Calcul des variations : problème de base, équation d'Euler

# Calcul de la note finale

Les éléments concernés seront les suivants :

- Deux CC en amphi, dates provisoires 2 novembre et 30 novembre (40%)
- Deux devoirs surveillés en TD, le premier étant le 9 novembre (10%)
- L'examen final CT (50%) (date : à venir, entre le 3 et le 18 janvier (incl), durée 2h)

**Remarque :** Les coefficients ne sont que provisoires, car l'université pourrait imposer de nouvelles règles en décembre (!). Aussi, il semble qu'il y aura une 2-ème session entre le 19 juin et le 7 juillet, donnant lieu à une note DS qui remplacerait éventuellement la note CT de l'examen final.

## Page web du cours

Site web de la Licence math, choisir "Licence 2-ème année", ensuite cliquer sur "page de cours" près du nom Francis Clarke (clarke@math.univ-lyon1.fr)

## Calendrier

**Cours** 10h00-12h00 mercredi

Tous les mercredis du 14 septembre au 30 novembre

Salle : Amphi Jussieu  
(en principe, mais à vérifier chaque fois)

**TD** 14h00-17h15 mercredi

Tous les mercredis du 21 septembre au 7 décembre

Consulter TOMUSS pour connaître votre groupe (A, B, C ou D).

Salle : l'expérience indique qu'il vaut mieux vérifier chaque fois sur ADE...

Responsables :

TD A : Francis Clarke clarke@math.univ-lyon1.fr

TD B : Francesco Fanelli fanelli@math.univ-lyon1.fr

TD C : Hamza Si-Kaddour Hamza.Sikaddour@univ-lyon1.fr

TD D : Christophe Poquet poquet@math.univ-lyon1.fr