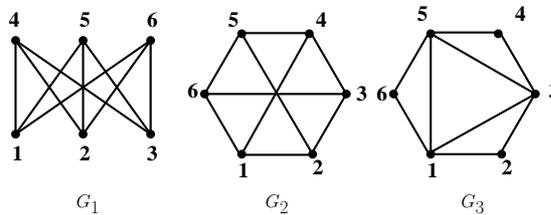


CC1 du 31 mars 2010 - 1h30 minutes

Question 1. Graphes / Propriétés de base



- a. Lesquels des graphes G_1, G_2, G_3 sont isomorphes? Justifier. (2 pts)
- b. Donner la définition d'un graphe biparti. (1 pts)
- c. Lesquels des graphes G_1, G_2, G_3 sont bipartis? Justifier. (2 pts)

Question 2. Arbres / Propriétés de base

- a. Donner la définition d'un arbre. (1 pts)
- b. En n'utilisant que la définition montrer qu'un arbre avec au moins deux sommets a au moins deux feuilles. (2 pts)

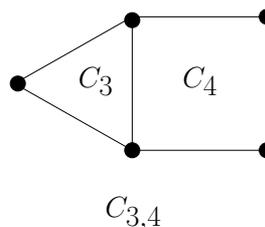
Question 3. Arbres couvrants/ Formule de Cayley

- a. Trouver l'arbre qui correspond au code de Prüfer (1, 9, 7, 1, 9, 7, 9). (2 pts)
- b. Donner un exemple pour un code de Prüfer d'un arbre avec 3 sommets de degré 3 et 5 feuilles. (2 pts)

Question 4. Arbres couvrants / Recurrence

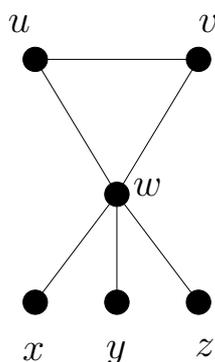
- a. Donner la formule de récurrence pour $\tau(G)$ (sans justification). (2 pts)
- b. Déterminer $\tau(C_n)$ où C_n est le cycle de longueur n . Justifier. (2 pts)
- c. Soit $C_{n,m}$ le graphe qui consiste d'un cycle de longueur n et un cycle de longueur m qui partagent exactement une arête (voir le dessin pour l'exemple $n = 3, m = 4$). Déterminer $\tau(C_{n,m})$. Justifier. (2 pts)

Tournez la page s.v.p.



Question 5. Automorphismes de graphes

- a. Montrer que dans le graphe suivant chaque automorphisme $(\phi, \bar{\phi})$ a un sommet fixe $\phi(s) = s$. (2 pts)



- b. Est-ce que chaque automorphisme de ce graphe a aussi une arête fixe? $(\bar{\phi}(e) = e)$
Justifier. (1.5 pts)
- c. Trouver un graphe qui a un automorphisme sans sommet et arête fixe. Justifier. (1.5 pts)