

Contrôle continu 1.  
Math II algèbre  
Le 18 Mars 2010  
Durée 1 heure

### Exercice 1

Soit  $P = X^7 + X^6 + X^5 + X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$

- 1°) Factoriser  $P$  dans  $\mathbb{C}[X]$ .
- 2°) Factoriser  $P$  dans  $\mathbb{R}[X]$ .
- 3°) Factoriser  $P$  dans  $\mathbb{Q}[X]$ .

### Exercice 2

Soit  $P = X^3 + pX + q$  un polynôme de  $\mathbb{C}[X]$ , on note  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  ses racines.

- 1°) Calculer  $A = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ .
- 2°) Calculer  $B = \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ .
- 3°) Calculer  $C = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \alpha^2\gamma + \alpha\gamma^2 + \beta^2\gamma + \beta\gamma^2$ .

### Exercice 3

Soit  $P = X^6 + 2X^5 + 4X^4 + 4X^3 + 4X^2 + 2X + 1$

On pose  $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$

- 1°) Montrer que  $j$  est une racine multiple de  $P$ .
- 2°) Factoriser  $P$  dans  $\mathbb{C}[X]$ .
- 3°) Factoriser  $P$  dans  $\mathbb{R}[X]$ .

### Exercice 4

Déterminer le reste de la division euclidienne de  $(X + 1)^n$  par  $X^2 + 1$ .