

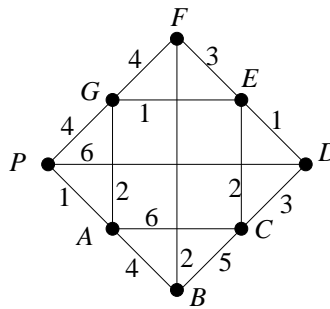
CC2 du 3 novembre 2010 - 1h15

Les documents, calculettes et téléphones portables ne sont pas autorisés.
 Motiver chaque réponse. La qualité de la rédaction est prise en compte.

Question 1. Soit G un graphe.

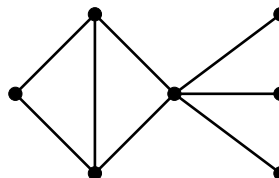
1. Donner la définition d'un graphe recouvrant de G . (1pt)
2. Montrer que un graphe est connexe si et seulement si contient un graphe recouvrant qui est un arbre. (2,5+1pts)
3. En déduire que si G est connexe avec n sommets, alors G a au moins $n - 1$ arêtes. (1,5pts)
4. En déduire que si G est connexe avec n sommets et ayant au moins n arêtes, alors il possède au moins un cycle. (2pts)

Question 2. On considère le graphe valué G suivant :



1. Donner la définition de la distance entre deux sommets u et v dans un graphe valué G . Le poids d'une arête e sera noté $w(e)$. (1pt)
2. Avec l'algorithme de Dijkstra calculer les distances entre C et les autres sommets du graphe G . (3pts)
3. Est-ce que le graphe recouvrant obtenu avec cet algorithme est un arbre recouvrant optimal pour G ? (1pt)
4. Le graphe obtenu avec l'algorithme de Dijkstra est-il toujours un arbre ? (1,5pts)

Question 3. On considère le graphe suivant :



1. Calculer le nombre d'arbres recouvrants $\tau(G)$ de ce graphe. (4pts)
2. Parmi ces arbres recouvrants en donner deux qui ne sont pas isomorphes entre eux et justifier pourquoi ne le sont pas. (1,5pts)