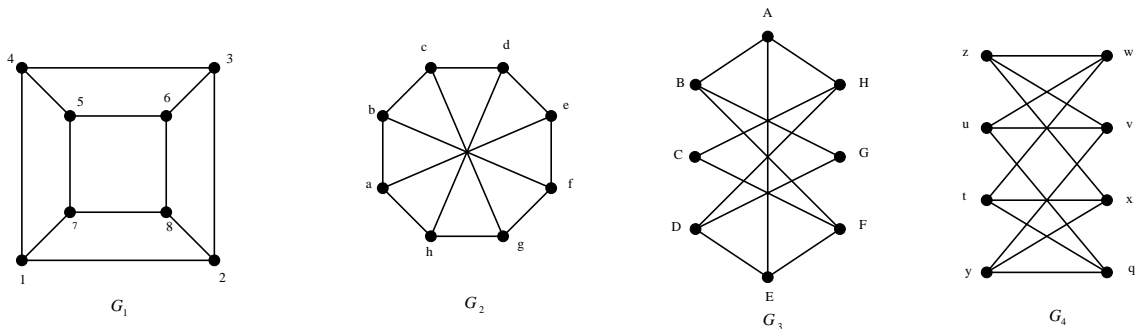


**CC1 du 13 octobre 2010 - 1h15**

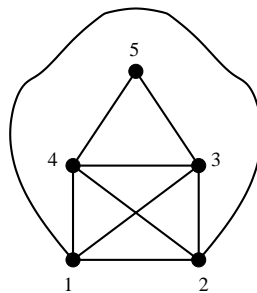
**Question 1.** Pour chaque couple de graphes  $(G_i, G_j)$  parmi  $G_1, G_2, G_3, G_4$  :

1. si  $G_i \simeq G_j$ , donner un isomorphisme explicite;
2. sinon, justifier pourquoi  $G_i$  et  $G_j$  ne sont pas isomorphes.

(4pts)



**Question 2.** On considère le graphe  $G$  suivant :



1. Donner un exemple de chaîne élémentaire de longueur 4. (1pts)
2. Donner la matrice d'adjacence  $A(G)$  de ce graphe. (1pts)
3. Combien y a-t-il de chaînes de longueur 3 du sommet 2 au sommet 3 dans  $G$  ?  
Et du sommet 2 au sommet 2 ? (2pts)

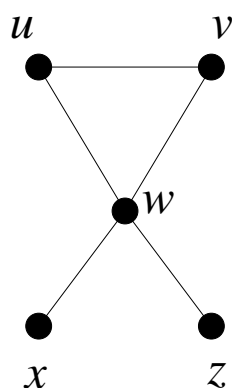
**Question 3.** Pour un graphe  $G = (V, E)$  on pose  $\nu = |V|$  et  $\varepsilon = |E|$ .

1. Donner les définitions d'un graphe : simple; connexe; complet. (1.5pts)
2. Donner une interprétation combinatoire du nombre  $\binom{\nu}{2}$ . (1pts)
3. Montrer que si  $G$  est simple et  $\varepsilon > \binom{\nu-1}{2}$ , alors  $G$  est connexe. (3pts)
4. Pour,  $\nu > 1$ , trouver un graphe simple non connexe  $G$  avec  $\varepsilon = \binom{\nu-1}{2}$ . (1pts)

Tournez la page s.v.p.

**Question 4.**

1. Montrer que dans le graphe suivant chaque automorphisme  $(\theta, \phi)$  a un sommet fixé  $\theta(s) = s$ ,  $(\theta : V \rightarrow V, \phi : E \rightarrow E)$ . Justifier. (2pts)



2. Est-ce que chaque automorphisme de ce graphe a aussi une arête fixée,  $\phi(e) = e$ ? Justifier. (1.5 pts)
3. Calculer le nombre  $|Aut(G)|$  d'automorphismes de ce graphe, et donner les éléments du groupe  $Aut(G)$ . (2pts)