

Contrôle continu 2

Math II analyse

Le 4 Avril 2011

Durée 1 heure

Exercice 1.

Soit f la fonction numérique définie par

$$f(x) = 4 \ln(\operatorname{ch}(x)) + \frac{5}{\operatorname{ch}(x)}$$

1°) Déterminer sur quel ensemble f est définie, continue, dérivable ?

2°) Etudier la parité de f et en déduire un intervalle d'étude I .

3°) Calculer la dérivée de f et exprimer les valeurs qui l'annulent sur I de la manière la plus simple possible (Cette expression ne doit pas faire apparaître de fonction hyperbolique réciproque).

4°) Déterminer les variations de f sur I .

5°) Calculer la limite en $+\infty$ de $f(x)$, sans préjuger qu'elle existe.

6°) Calculer la limite en $+\infty$ de $f(x) - 4x + 4 \ln(2)$, sans préjuger qu'elle existe. Que peut-on en déduire ?

7°) Dresser le tableau de variation et tracer sommairement son graphe.

Exercice 2.

Résoudre

$$\arccos(x) = 2 \arccos\left(\frac{3}{4}\right)$$

Exercice 3.

Soit f la fonction définie sur $[-1,0[\cup]0,1]$ par

$$f(x) = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}\right)$$

1°) Montrer que f est continue sur $[-1,0[\cup]0,1]$. Montrer que f n'est pas prolongeable par continuité en 0.

2°) Calculer la dérivée de f sur $] -1,0[\cup]0,1[$.

3°) En déduire une expression plus simple de f sur $[-1,0[$ et sur $]0,1]$.