

LICENCE SCIENCES, TECHNOLOGIES, SANTÉ MENTION MATHÉMATIQUES

L3 (TROISIÈME ANNÉE) 2010-2011

<http://math.univ-lyon1.fr/~licence>

Parcours

Mathématiques et applications
Mathématiques et informatique du vivant

Responsable de mention et de parcours

Philippe Malbos
La Doua, bâtiment Jean Braconnier, bureau 255
courriel : licence@math.univ-lyon1.fr
tel : 04.72.44.85.25, fax : 04.72.43.16.87.

Secrétariat de la scolarité

Bureau d'administration de la licence (B.A.L.)
Quai 43 - 1er étage - porte 117

CONDITIONS D'ACCÈS

Pour accéder à la troisième année de licence, parcours *Mathématiques et applications* ou *Mathématiques et informatique du vivant*, il faut avoir validé au moins trois semestres pédagogiques des deux premières années de la licence STS, portail Mathématiques-Informatique (les changements de portail sont toutefois possibles, sur avis des responsables pédagogiques).

Il est possible, notamment pour les étudiants ayant suivi l'enseignement des classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques, de demander un accès direct en troisième année de la Licence STS mention Mathématiques. Il convient dans ce cas de remplir un dossier d'accès direct en L3, comme indiqué sur <http://www.univ-lyon1.fr>, rubrique « S'inscrire à Lyon 1 » (les dossiers d'accès direct sont examinés avant le début de chaque semestre par une commission pédagogique).

En outre, les élèves des grandes écoles (ECL, INSA Lyon, EPU Lyon 1, ENTPE, EM Lyon, ...) ont la possibilité de suivre le L3 de Mathématiques en « double cursus ». Ils doivent pour cela prendre préalablement contact avec Philippe Malbos, par courriel à l'adresse licence@math.univ-lyon1.fr.

INSCRIPTION EN TROISIÈME ANNÉE DE LICENCE (L3)

Inscription Administrative (IA) Elle est annuelle, payante et s'effectue auprès du B.A.L. après pré-inscription par internet (<http://www.univ-lyon1.fr>), ou complètement par internet. Elle conduit à la délivrance de la carte d'étudiant, pièce à fournir obligatoirement lors des examens. Pour plus de renseignements, consulter le site de la licence STS.

Inscription pédagogique (IP) Elle est distincte de l'inscription administrative, semestrielle, et essentielle pour pouvoir : 1) être affecté dans les groupes de TD ; 2) être convoqué aux examens ; 3) valider le semestre pédagogique concerné. Elle s'effectue au bâtiment Ariane (La Doua) sur rendez-vous (à prendre lors de l'IA pour l'automne), où les étudiants rencontrent un conseiller pédagogique (responsable de mention/parcours ou directeur d'études), avec qui ils choisissent leurs UE (unités d'enseignements) du semestre temporel, puis saisissent leurs choix en ligne. Pour plus de renseignements, consulter le site de la licence STS.

La présence physique de chaque étudiant, ou de son représentant en cas de procuration, est obligatoire pour l'inscription pédagogique. Aucune IP en retard n'est acceptée. Les étudiants en double cursus sont invités à prendre contact directement avec Philippe Malbos licence@math.univ-lyon1.fr pour leur IP.

FONCTIONNEMENT DE LA TROISIÈME ANNÉE DE LICENCE

L'enseignement est semestriel. La troisième année de licence est composée des *semestres pédagogiques* S5 et S6, constitués de 5 unités d'enseignements (UE) valant chacune 6 crédits européens (ECTS) et représentant une soixantaine d'heures d'enseignement (soit environ cinq heures par semaine sur douze semaines).

	LUNDI	MARDI	MERCREDI	JEUDI	VENDREDI	SAMEDI
7H45	enseignement séquence 1	enseignement séquence 3	enseignement séquence 4	enseignement séquence 5	enseignement séquence 2	enseignement de TR
9H45	pause	pause	pause	pause	pause	
10H	enseignement séquence 1	enseignement séquence 3	enseignement séquence 4	enseignement séquence 5	enseignement séquence 2	
11H30					pause	
11H45					TD sauf gr. A et B séquence 2	
13H15	pause	pause	pause	pause	TD que gr. A séquence 3	
13H45	enseignement séquence 2	enseignement séquence 1	enseignement séquence 4	TD sauf gr. A séquence 3	enseignement séquence 5	
15H45	pause	pause	pause	pause	pause	
16H	enseignement séquence 2	enseignement séquence 1	enseignement séquence 4	TD sauf gr. A séquence 3	pause	
17H				Compétitions FFSU	enseignement de TR	
17H15					pause	
19H15					enseignement de TR	
20H15						

La semaine est découpée en cinq « séquences », assurant la compatibilité de l'emploi du temps des cours, TD, TP et examens entre les différentes UE proposées. Il est impossible de s'inscrire à plus d'une UE (6 crédits) dans une même séquence.

Selon les modalités de contrôles des connaissances en vigueur, chaque UE donne lieu à une note. La note au semestre est obtenue comme la moyenne des notes aux cinq UE le composant : si elle est supérieure ou égale à 10/20, le semestre est acquis ; sinon, l'étudiant a la possibilité de redoubler les UE non acquises au *semestre temporel* (printemps ou automne) suivant (ou alors l'année suivante pour les UE non ouvertes : attention en effet, *certaines UE ne fonctionnent pas en dehors de leur semestre temporel*).

La troisième et dernière année de licence donne lieu à l'approfondissement des connaissances en mathématiques, avec un tronc commun de 5 UE obligatoires (Topologie, Calcul intégral, Calcul différentiel, Algèbre et Théorie des nombres, Fonctions de variable complexe), et comporte un choix d'options, à faire en fonction du projet professionnel (professorat, poursuite d'études en Master, etc.), parmi

- des UE de mathématiques (Analyse réelle, Calcul scientifique, Géométrie élémentaire, Mathématiques discrètes, Modélisation et mathématiques appliquées sur ordinateur, Probabilités),
- une UE transversale pouvant inclure une demi-UE consacrée à l'Histoire, la Didactique, et l'Épistémologie des Mathématiques,
- une UE de stage à vocation pré-professionnalisante,
- des UE d'autres disciplines (Informatique, Physique, Mécanique, Sciences du Vivant).

Chaque UE de mathématiques représente un volume horaire de 24h de Cours Magistraux (CM) et 36h de Travaux Dirigés (TD). Les UE de Calcul scientifique et Modélisation et mathématiques appliquées sur ordinateur comportent en plus des Travaux Pratiques (TP) sur ordinateur.

Les séquences des UE et les UE ouvertes en dehors de leur semestre temporel sont indiquées sur le site de la licence : <http://math.univ-lyon1.fr/~licence> .

MAQUETTE ET PROGRAMME DES PARCOURS PROPOSÉS

Selon le cursus suivi antérieurement et l'orientation visée, plusieurs parcours sont possibles :

- *Mathématiques et informatique du vivant (MIV)* (dont une variante est proposée dans le L3 mention Informatique),
- *Mathématiques et applications*, avec notamment un cursus *Mathématiques – Informatique (MI)*, accessible aux étudiants ayant suivi toutes les UE d'informatique LIF(2n + 1), n = 0, 1, 2, 3. Les étudiants ayant suivi le cursus *Mathématiques, physique et mécanique (MPM)* en L1-L2, peuvent le prolonger par des choix d'options appropriés.

Maquette du parcours **Mathématiques et informatique du vivant**

S5	Topologie	Calcul intégral	LIF11 Logique classique théorie des langages formels	Mathématiques discrètes	Génétique et dynamique des populations
S6	Calcul différentiel	Algèbre et théorie des nombres	Fonctions d'une variable complexe	Bio-mathématiques	Bio-statistiques

Maquette du parcours **Mathématiques et applications**

S5	Topologie	Calcul intégral	MPM : Calcul Scientifique ou MI : LIF11 Logique classique théorie des langages formels	MPM : Géométrie élémentaire ou MI : Mathématiques discrètes	MPM : Transversale 5 ou MI : LIF9 Algorithmique programmation et complexité
S6	Calcul différentiel	Algèbre et théorie des nombres	Fonctions d'une variable complexe	Option 6	MPM : Option 7 MI : LIF13 Algorithmique programmation orientée objet

- Options 6 et 7 :

- Analyse réelle
- Modélisation et mathématiques appliquées sur ordinateur
- Probabilités
- Stage en administration, entreprise ou établissement scolaire)
- une UE d'une autre mention (notamment de physique ou mécanique), en accord avec le responsable de mention.

- L'UE transversale 5 comporte différents « éléments constitutifs ». L'un de ces éléments constitutifs peut être Histoire, Didactique, Épistémologie des Mathématiques (**HEDM**).

Voir <http://transversales.univ-lyon1.fr>, « cas particulier L3 maths ».

Programme des UE de mathématiques (24 h cours, 36 h TD)

Topologie : Espaces métriques. Espaces normés. Limites. Continuité. Applications linéaires continues. Espaces complets. Séries convergentes. Convergence uniforme. Théorème du point fixe de Banach. Espaces métriques compacts. Théorème de Bolzano-Weierstrass. Propriétés des fonctions continues sur un espace compact. Connexité. Connexité par arcs. Théorème des valeurs intermédiaires.

Calcul intégral : Dénombrabilité (révisions). Algèbres et tribus. Questions d'engendrement. La tribu borélienne. Mesures positives définies sur les algèbres et sur les tribus. La mesure extérieure. Le prolongement de Lebesgue. Fonctions mesurables. Intégration des fonctions mesurables positives. Intégration des fonctions mesurables réelles. Comparaison entre l'intégrale de Lebesgue et celle de Riemann. Théorème de convergence dominée de Lebesgue et ses conséquences. Mesure produit. Théorème de Fubini. Mesure de Lebesgue sur \mathbb{R}^n : théorème du changement de variables. Mesures de probabilités. Variables aléatoires.

Calcul scientifique : Cet enseignement a pour objectif de sensibiliser les étudiants aux problèmes de modélisation mathématique. À cet effet chaque chapitre commencera par des motivations fondées sur des problèmes concrets, et se conclura par des TP mettant en œuvre les méthodes numériques présentées. *Systèmes linéaires*. Rappels sur la méthode de Gauss. Grands systèmes linéaires. Méthodes directes. Méthodes itératives. Notion de conditionnement. *Problèmes spectraux*. Méthode de la puissance. *Équations non linéaires*. Méthode de la sécante. Méthode de Newton. Calculs d'erreurs. *Équations différentielles*. Éléments de théorie et de modélisation. Résolution approchée du problème de Cauchy : méthodes explicites ; méthodes implicites. Étude générale des méthodes à un pas (méthode d'Euler). *Transformée de Fourier discrète*. Algorithme de Cooley-Tuckey (FFT).

Géométrie élémentaire : -1- Groupes et opération d'un groupe sur un ensemble : exemples géométriques. Quelques configurations de géométrie classique. Espaces affines. Repérage. Équations des sous-espaces. Groupe des transformations affines. Transformations affines remarquables. Calcul barycentrique, convexité, polyèdres convexes.

-2- Rappels sur les formes bilinéaires symétriques. Espaces euclidiens. Groupe orthogonal : engendrement par les réflexions, formes normales matricielles, groupe des angles orientés en dimension 2. Groupe des isométries affines : forme réduite, description en dimensions 2 et 3. Topologie élémentaire des groupes de transformations : connexité par arcs de l'ensemble des isométries positives. Formes quadratiques. Coniques et quadriques affines.

-3- Polygones réguliers du plan. Caractéristique d'Euler en dimension 3, polyèdres convexes réguliers en dimension 3.

Mathématiques discrètes : Les mathématiques discrètes, tout en faisant partie des mathématiques pures, relèvent aussi des mathématiques appliquées notamment à travers l'optimisation combinatoire et par les liens importants qu'elles entretiennent avec l'informatique. Les méthodes et les théories de ce domaine sont de plus en plus sollicitées dans les nouvelles technologies : réseaux de communication, génétique, nanotechnologie,... En somme, les mathématiques discrètes constituent une composante indispensable des mathématiques appliquées modernes. Ce cours traitera des aspects théoriques du sujet, en commençant par quelques algorithmes de base en informatique. On étudiera ensuite les matroïdes, structures liées à l'algèbre linéaire. C'est dans ce cadre que des algorithmes très simples et efficaces, dits « gloutons », se situent. Le troisième volet du cours traitera des graphes, structure centrale dans les mathématiques discrètes. En particulier, on étudiera les arbres et leur rôle dans l'algorithmique, l'algèbre linéaire des graphes, les réseaux,... Algorithmes de tri : tri insertion, tri fusion, tri rapide ; complexité. Matroïdes : concepts de base, algorithmes gloutons. Graphes : arbres, parcours en largeur et profondeur, algorithmes d'optimisation (Kruskal, Prim,...), espaces vectoriels des graphes (flots et tensions), réseaux.

Calcul différentiel : Différentielle dans les espaces normés. Différentielles partielles. Théorème des accroissements finis et applications. Difféomorphismes. Théorème d'inversion locale. Théorème des fonctions implicites. Différentielles d'ordre supérieur. Fonctions de classe \mathcal{C}^r sur un ouvert. Formules de Taylor. Extrema libres et liés. Notions de calcul des variations. Équations différentielles : problème de Cauchy ; solutions globales et maximales ; portraits de phase.

Algèbre et théorie des nombres : *Arithmétique* : Nombres premiers. Pgcd. Ppcm. Division avec reste. Théorème de Bezout. Corollaires élémentaires concernant la divisibilité. Algorithme d'Euclide. Décomposition en facteurs premiers. Équations dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Indicatrice d'Euler. Théorème de Wilson. *Groupes* : Groupes commutatifs. Sous-groupes. Sous-groupes de \mathbb{Z} . Morphismes. Produit direct. Groupes cycliques. Structure des groupes abéliens de type fini. Classes modulo un sous-groupe. Théorème de Lagrange. Le groupe multiplicatif de $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$. Groupe quotient. Groupes de permutations. Décomposition en cycles disjoints. Signature. Propriétés générales de \mathfrak{S}_n . Actions de groupes. Orbites. Stabilisateur. Équation aux classes. Théorème de Cauchy. *Anneaux, corps et polynômes* : Anneaux intègres. Anneaux de polynômes. Sous-anneaux. Morphismes d'anneaux. Caractéristique. Corps des fractions. Produit direct d'anneaux. Théorème des restes chinois. Idéaux. Anneaux quotients. Idéal premier. Idéal maximal. Idéal engendré par une partie. Anneaux principaux. Division euclidienne. Théorème de Bezout. Divisibilité dans les anneaux. Éléments irréductibles. Anneaux factoriels. Théorème de Gauss. Polynômes à coefficients entiers et rationnels. Critère d'Eisenstein.

Fonctions d'une variable complexe : Fonctions holomorphes. Conditions de Cauchy-Riemann. Séries entières et fonctions analytiques. Fonctions classiques. Intégrales curvilignes. Primitives de fonctions complexes. Indice d'un point par rapport à un lacet. Théorème de Goursat pour un ouvert étoilé. Formule intégrale de Cauchy. Principe du prolongement analytique. Principe du maximum. Singularités isolées. Pôles. Théorème des résidus dans un ouvert étoilé. Application à des calculs d'intégrales.

Analyse réelle : Convergence uniforme et convergence simple. Propriétés des suites uniformément convergentes. Théorème de Stone-Weierstrass. Intégrales dépendant d'un paramètre. Continuité et différentiabilité sous le signe de l'intégrale. Espaces L^p . Inégalité de Hölder. Théorème de Fischer-Riesz. Convolution $L^1 - L^p$. Densité des fonctions continues à support compact pour la norme L^p . Espace des fonctions mesurables essentiellement bornées. Transformation de Fourier. Théorème d'inversion de Fourier. Théorème de Plancherel. Formule de Poisson. Espaces de Hilbert. Théorème de projection. Bases orthonormales. Procédé d'orthonormalisation de Schmidt. Identité de Bessel-Parseval. Application aux séries de Fourier. Série de Fourier d'une fonction intégrable sur le tore. Théorème de Riemann-Lebesgue.

Modélisation et mathématiques appliquées sur ordinateur : L'objectif est d'apprendre aux étudiants à utiliser des outils informatiques (Maple et Matlab, langage C,...) pour analyser des modèles concrets issus de la physique, de la biologie, etc.

Optimisation. Définition d'un problème d'optimisation et brefs rappels de calcul différentiel (Jacobien, Hessien). Optimisation sans contraintes : condition d'optimalité, existence et unicité, algorithmes du gradient conjugué. Optimisation avec contraintes : définitions, conditions d'optimalité dans le cas de contraintes d'égalités, méthode des multiplicateurs de Lagrange.

Équations différentielles. Étude des trajectoires solutions d'équations différentielles. Portrait de phase. Orbites. Stabilité. Perturbation. Applications à des problèmes physiques.

Probabilités : Introduction : Espaces de probabilités discrets. Indépendance. Probabilités conditionnelles. Marche aléatoire de Bernoulli. Modèle probabiliste : Modèle définitif. Variables aléatoires. Loi d'une variable aléatoire. Indépendance. Espérance. Fonction caractéristique. Théorèmes limites : Convergence en loi. Loi faible des grands nombres. Loi de la limite centrale. Applications aux marches aléatoires. Espérance conditionnelle : Généralités. Cas Gaussien. Filtre de Kalman-Bucy. Convergence presque sûre : Lemme de Borel-Cantelli. Loi forte des grands nombres. Méthode de Monte-Carlo. Processus de Poisson. Files d'attente.

Histoire, épistémologie et didactique des mathématiques (UE « transversale ») :

Historique de la construction d'un concept. « Le continu et les nombres réels. Aspects épistémologiques et didactiques ». Étude de quelques problèmes et paradoxes. Exemples de fonctionnement de techniques d'approximation avant la construction des réels. Évolution des points de vue et des approches. Étude d'une construction axiomatique des réels. Exemples de difficultés d'apprentissage d'élèves. *Expression et communication.* Méthodes et outils de communication. Techniques de groupe et enseignement.

Programme des UE d'informatique

LIF9 : Algorithmique, programmation et complexité 15h cours, 15h TD, 30h TP.

Complexité asymptotique des algorithmes (temps, espace) : meilleur des cas, pire des cas, complexité en moyenne. TDA graphe : représentation, mise à jour, parcours ; applications à certains problèmes de recherche opérationnelle ou de graphe (coloration, ...). Méthodes de conception des algorithmes : conception incrémentale, méthode « diviser pour régner », algorithmes gloutons, programmation dynamique. Coût amorti des algorithmes. Quelques notions sur les preuves de programmes.

LIF11 : Logique classique et théorie des langages formels 30h cours, 30h TD.

Logique. Calcul propositionnel classique ; connecteurs, formules, tables de vérité, complétude fonctionnelle, tautologies, schémas d'inférence valides, satisfaisabilité. Recherche de formes normales. Analyse de raisonnements ; méthode de résolution. \Rightarrow Calcul des prédicats classique. Quantificateurs, formules, énoncés. Codage en machine d'une formule. Décidabilité. Règles de déduction. Notions d'interprétation, réalisation, modèle. Théorème de complétude. Pratique d'un système de déduction syntaxique.

Théorie des langages formels. Mots et langages formels. Lemme d'Arden. \Rightarrow Langages rationnels Automates finis déterministes et non déterministes. Détermination. Langages rationnels. Lemme de l'étoile. Minimisation des automates finis déterministes complètement spécifiés. Théorème de Kleene. Algorithmes afférents. \Rightarrow Langages algébriques Grammaires. Langage engendré par une grammaire. Grammaires et langages algébriques. Formes normales. Lemme de l'étoile. Automates à pile non déterministes et déterministes. Problématique de la compilation. Analyse lexicale et syntaxique.

LIF13 : Algorithmique et programmation orientée objet 30h cours, 15h TD, 15h TP.

Objet. Concept objet : classe, héritage, polymorphisme, généricité Méthodologies : OMT, BOOCH, notation UML. Présentation d'un langage orienté objet : langage JAVA.

Interfaces homme-machine et ergonomie. Introduction : définitions, importance de l'IHM, IHM et pluridisciplinarité, approche anthropocentrée. Interface graphique (les composants), les interactions, introduction de la programmation événementielle. Méthodes de conception, méthodes d'évaluation. Ergonomie des interfaces : critères d'évaluation, exemples et contre-exemples. Études de cas : évaluation de logiciels.

Programme en sciences de la vie

Génétique et dynamique des populations Les marqueurs génétiques et leurs utilisations (RFLP, RAPD, AFLP, microsatellites, SSCP, SNP, etc). Processus déterministes (mutations, migrations, sélection mono et multi-locus, fréquence dépendante, multi-niche, de parentèle). Facteurs sélectifs, adaptations locales, coévolution. Processus stochastiques (dérive génétique, taille efficace). Maintien du polymorphisme (équilibre sélection-mutation, sélection à coefficients variables, corrélation génétique et trade-off). Interaction sélection-dérive - Introduction à la théorie de la coalescence. paysages adaptatifs de Wright. Différenciation génétique des populations et distance génétique. Isolement reproducteur (pré et post-zygotique) et mécanismes génétiques de la spéciation.

Définition et estimation des principaux paramètres biodémographiques d'une population à partir de modèles mathématiques déterministes en temps continu et discret (Matrice de Leslie). Mécanismes dépendants et indépendants de la densité. Les modèles mathématiques matriciels (Math Bio II) seront particulièrement étudiés.