Connexe

- Soit $(C_i)_i$ connexes avec $\bigcap_i C_i \neq \emptyset$.

On montre que $\bigcup_i C_i$ est connexe.

Soit $f : \bigcup_i C_i \to \{0,1\}$ continue, donc $\forall i$ $f(U_i)$ est constante. Soient $i \neq j$ et $x \in C_i \cap C_j$ (x existe par hypothèse), on en déduit que f est constante sur $C_i \cup C_j$ et donc finalement f constante sur $\bigcup_i C_i$

donc $\bigcup_i C_i$ connexe.

- Soient $x, y \in X$ avec $C(x) \cap C(y) \neq \emptyset$

alors $C(x) \subseteq C(x) \cup C(y)$ ← connexe par le point précédent d'où $C(x) = C(x) \cup C(y) = C(y)$

par symétrie