
Interrogation II

Durée 30mn

QUESTION DE COURS.

Soit X un ensemble. Donner la définition de :

1. \mathcal{A} est une tribu de parties de X .
2. (X, \mathcal{A}, μ) est un espace mesuré.

EXERCICE.

1. Dans cette question, \mathbb{R} est muni de sa distance usuelle.
 - (a) Déterminer l'adhérence de $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
 - (b) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 0$, et $A = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Déterminer $f^{-1}(A)$ puis $\overline{f^{-1}(A)}$, ainsi que $f^{-1}(\overline{A})$.
2. Soit maintenant (X, d) et (Y, D) deux espaces métriques, ainsi que f une fonction continue de X vers Y .
 - (a) Montrer que pour toute partie $A \subseteq Y$, on a $\overline{f^{-1}(A)} \subseteq f^{-1}(\overline{A})$.
 - (b) Pour une partie $A \subseteq Y$, a-t-on $\overline{f^{-1}(A)} = f^{-1}(\overline{A})$ en général ?