
 Contrôle final : QCM

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur la dernière page qui contient la feuille de réponses. Elles doivent être codées en noircissant la case adéquate. Les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9

← codez votre numéro d'étudiant, chiffre par chiffre, dans la question 0, et inscrivez votre nom et prénom.

L'usage de la calculatrice est interdit.

Chaque question admet une unique bonne réponse.

Question 1 Partant du vecteur $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, quelle approximation d'un vecteur propre unitaire associé au rayon spectral de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ fournit la méthode de la puissance au bout de 3 itérations ?

- A $\begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$
 B $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$
 C $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ -3\sqrt{5} \end{pmatrix}$
 D $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$
 E $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
 F $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
 G $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} -\sqrt{5} \\ 2\sqrt{5} \end{pmatrix}$
 H $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} -0.6 \\ 0.8 \end{pmatrix}$

Question 2 Relativement à la norme $\|\cdot\|_2$, quel est le conditionnement de la matrice $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$?

- A 2
 B $\sqrt{2}$
 C $2\sqrt{2}$
 D 4
 1
 F 8
 G 16

Question 3 Quelle est la norme $\|\cdot\|_3$ du vecteur $(1, 2, 3, 3, 1)$?

- A $\sqrt[3]{24}$
 B $2\sqrt{6}$
 4
 D 3
 E 5
 F 8
 G $\sqrt[3]{28}$

Question 4 Quelle est la norme subordonnée à $\|\cdot\|_\infty$ de la matrice $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$?

- A 6 B $3\sqrt{2}$ C 5 D $\sqrt{26}$ E 2 F 10 G $\sqrt{10}$

Question 5 Partant de $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, quelle approximation d'un point critique de la fonction

$$\mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, \quad (x, y, z) \mapsto \frac{1}{2}x^2 + y^2 + 2z^2$$

fournit la méthode du gradient à pas fixe $\frac{1}{2}$ au bout de deux itérations ?

- A $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} \frac{9}{4} \\ \frac{4}{4} \\ 9 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ E $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$ F $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
 G $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ H $\begin{pmatrix} \frac{9}{16} \\ \frac{1}{4} \\ 0 \end{pmatrix}$ I $\begin{pmatrix} \frac{25}{16} \\ \frac{9}{4} \\ 4 \end{pmatrix}$

Question 6 Avec des nœuds équidistribués avec un pas $\frac{1}{2}$, quelle approximation de l'intégrale $\int_0^1 x^3 dx$ fournit la méthode de quadrature composée dite du point milieu ?

- A $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{16}$ C $\frac{9}{16}$ D $\frac{5}{16}$ E $\frac{7}{8}$ F $\frac{7}{32}$ G $\frac{27}{128}$

Question 7 Pour la fonction

$$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto 1 + x + x^2 + x^3$$

quel polynôme d'interpolation fournit l'interpolation de Lagrange aux nœuds 0, 1 et 2 ?

- A $1 + X$ B $1 + X + X^2$ C $1 - X + 4X^2$ D $1 + 3X$
 E $1 + X + 2X^2$ F $1 + 2X - 4X^2$ G $X + 2X^2$

Question 8 Quel est la solution du problème de moindres carrés associé au second membre $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ et à la matrice $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$?

- A $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ B $(0.1 \quad -0.1)$ C $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ D $(1 \quad -1)$ E $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
 F $(-1 \quad 1)$ G $\begin{pmatrix} 0.1 \\ -0.1 \end{pmatrix}$ H $\begin{pmatrix} -0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix}$ I $(-0.1 \quad 0.1)$

Question 9 Partant de 2, quelle approximation d'un zéro de la fonction

$$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto x(1 - x)$$

fournit la méthode de Newton au bout d'une itération ?

- A $\frac{4}{3}$ B $\frac{2}{3}$ C 1 D $\frac{3}{4}$ E $\frac{1}{4}$ F $\frac{5}{4}$ G $-\frac{1}{3}$

CORRECTION

Question 10 Partant de $\frac{1}{2}$ et 2, quelle approximation d'un zéro de la fonction

$$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto x(1-x)$$

fournit la méthode de la sécante au bout d'une itération ?

A $\frac{4}{3}$
 B $\frac{2}{3}$
 C 1
 D $\frac{3}{4}$
 E $\frac{1}{4}$
 F $\frac{5}{4}$
 G $-\frac{1}{3}$

Question 11 Avec des temps d'approximation équi-distribués avec un pas $\frac{1}{2}$, quelle approximation de la valeur au temps 1 de l'éventuelle solution $x : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ du problème de Cauchy

$$x(0) = 4 \quad \text{et} \quad (\forall t \in [0, 1], \quad x'(t) = -(x(t))^2 + 8t)$$

fournit le schéma de Runge-Kutta d'ordre 2 ?

A $\frac{11}{64}$
 B $\frac{255}{32}$
 C $\frac{113}{128}$
 D $\frac{213}{64}$
 E $\frac{65}{32}$
 F $\frac{237}{256}$
 G $\frac{27}{128}$

Question 12 Avec des temps d'approximation équi-distribués avec un pas $\frac{1}{2}$, quelle approximation de la valeur au temps 1 de l'éventuelle solution $x : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ du problème de Cauchy

$$x(0) = 2 \quad \text{et} \quad (\forall t \in [0, 1], \quad x'(t) = -(x(t))^3 + t^2 x(t))$$

fournit le schéma d'Euler explicite ?

A $\frac{1}{4}$
 B $\frac{1}{16}$
 C $\frac{9}{16}$
 D $\frac{5}{16}$
 E $\frac{7}{32}$
 F $\frac{7}{4}$
 G $\frac{27}{128}$

CORRECTION

Feuille de réponses :

Nom et prénom :

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur cette feuille : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

- QUESTION 0 : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 0 : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 0 : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 0 : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 0 : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 0 : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 0 : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 0 : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 1 : A B C D E F G H ■
- QUESTION 2 : A B C D ■ F G
- QUESTION 3 : A B ■ D E F G
- QUESTION 4 : ■ B C D E F G
- QUESTION 5 : A B C ■ E F G H I
- QUESTION 6 : A B C D E ■ G
- QUESTION 7 : A B ■ D E F G
- QUESTION 8 : ■ B C D E F G H I
- QUESTION 9 : ■ B C D E F G
- QUESTION 10 : A ■ C D E F G
- QUESTION 11 : A ■ C D E F G
- QUESTION 12 : A B C D E ■ G

CORRECTION