
PROGRAMME TRAITÉ EN COURS DE TOPOLOGIE GÉNÉRALE

Toutes les informations sur le cours de *Topologie Générale* du semestre d'automne 2012 ainsi que les notes de cours sont accessibles sur le site de la licence de mathématiques :

<http://licence-math.univ-lyon1/doku.php>

Programme traité lors du cours du 10 septembre

1. Espaces topologiques : Notion d'espace topologique. Voisinages d'un point. Espaces séparés. Premiers exemples (topologies grossières et discrète). Topologie de la droite numérique, description des ouverts de la droite. Limite d'une suite dans un espace topologique, fonction continue entre deux espaces topologiques, traduction de ces définitions dans le cas de \mathbb{R} .

2. Espaces métriques : Distance. Notion d'espace métrique. Premiers exemples (droite numérique, espaces numériques).

3. Espaces normés : Norme sur un espace vectoriel réel. Une norme sur un espace vectoriel induit canoniquement une distance sur toute partie de cet espace vectoriel. Normes euclidienne, du sup et en moyenne d'ordre 1 sur les espaces vectoriels de dimension finie. Norme uniforme, normes L^1 et L^2 sur l'espace des fonctions réelles continues sur un segment fermé et borné (démonstration de l'inégalité de Cauchy-Schwarz pour la norme L^2).

Programme traité lors du cours du 17 septembre

1. Topologie d'un espace métrique : boules ouvertes, topologie associée à un espace métrique. Traduction de la limite d'une suite dans un espace métrique. Traduction de la continuité en un point d'une fonction entre espaces métriques. Utilisation des suites pour traduire cette continuité. Normes équivalentes. Toutes les normes sont équivalentes sur un espace de dimension finie. Exemple de normes non équivalentes sur l'espace de toutes les fonctions réelles continues sur un segment fermé et borné.

2. Parties d'un espace topologique : Parties fermées. Propriétés. Exemples de fermés de \mathbb{R} . Les boules « fermées » d'un espace métrique sont des fermés. Intérieur, adhérence et frontière d'une partie, exemples. Parties partout denses. Complémentaire de l'intérieur et adhérence du complémentaire. Caractérisation des points de l'adhérence d'une partie.

PRÉVU POUR LE PROCHAIN COURS

1. Parties d'un espace topologique (fin) : Caractérisation des points de l'adhérence d'une partie dans le cas des espaces métriques. Espaces séparables, exemples.

2. Distances équivalentes : Équivalence de deux distances. Caractérisation de l'équivalence par les inclusions de boules. Deux distances quasi isométriques sont équivalentes. Les distance d et $\tilde{d}=d/1+d$ sont équivalentes, mais pas toujours quasi isométriques.

3. Construction de topologies : Topologie induite. Topologie produit : Définition. Métrisabilité du produit de deux espaces métriques. La topologie produit sur le produit $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ n'est pas métrisable.

Programme traité lors du cours du 24 septembre