PROGRAMME TRAITÉ EN COURS DE MESURE ET INTÉGRATION

THIERRY FACK

Toutes les informations sur le cours de *Mesure et Intégration* du semestre d'automne 2012 ainsi que les notes de cours de l'an dernier sont disponibles sur le site de la licence de mathématiques :

http://licence-math.univ-lyon1/doku.php

Programme traité lors du cours du 10 septembre

Primitives et intégrales

Notion de primitive (en un sens généralisé) d'une fonction. Intégrale simple. Cas des fonctions en escalier. Fonctions réglées : définition, exemples, une fonction réglée est une limite uniforme de fonctions en escalier, propriétés élémentaires des fonctions réglées. Existence de primitives pour les fonctions réglées sur un intervalle. Intégrale simple des fonctions réglées. Théorème fondamental du calcul infinitésimal pour les fonctions réglées.

Programme traité lors du cours du 17 septembre

Intégrale de Riemann

Définition d'une fonction Riemann intégrable sur un intervalle fermé et borné. Une fonction Riemann intégrable est bornée. Propriétés élémentaires de l'intégrale de Riemann (c'est une forme linéaire croissante continue, pour la norme de la convergence uniforme. Une limite uniforme de fonctions Riemann intégrables est Riemann intégrable) Exemples de fonctions Riemann intégrables : fonctions en escalier, fonctions réglées (avec coïncidence de l'intégrale de Riemann et de l'intégrale définie). Exemple de fonction non Riemann-intégrable : la fonction de Dirichlet. Critère d'intégrabilité de Riemann (sommes de Darboux, oscillation moyenne relative à une subdivision, critère d'intégrabilité de Riemann par la nullité de l'oscillation moyenne, critère de Darboux). Ensembles négligeables de la droite numérique. Les parties dénombrables sont négligeables. Critère d'intégrabilité de Lebesgue (énoncé mais pas démontré). Utilisation du critère de Lebesgue pour démontrer que si une fonction est intégrable au sens de Riemann, son module l'est aussi.

Prévu pour le prochain cours

FIN DE L'INTÉGRALE DE RIEMANN. Démonstration du critère de Lebesgue.

INTÉGRALE DE LEBESGUE. Présentation de la construction de l'intégrale des fonctions mesurables bornées sur un intervalle fermé borné (en admettant l'existence de la mesure de Borel).