

Programme traité en cours de Topologie Générale

Programme traité lors du cours du 12 septembre

1. Espaces métriques

Distance. Notion d'espace métrique. Premiers exemples (droite numérique, espaces numériques). Boule ouverte. Boule fermée. Tout point d'une boule ouverte est le centre d'une autre boule ouverte contenue dans la première. Distance induite. Image réciproque d'une distance par une application injective. Distance sur la droite numérique achevée.

2. Espaces normés

Norme sur un espace vectoriel réel. Propriétés élémentaires de la norme. Une norme sur un espace vectoriel induit canoniquement une distance sur toute partie de cet espace vectoriel. Normes euclidienne, du sup et en moyenne d'ordre 1 (et description des boules ouvertes) sur les espaces vectoriels de dimension finie. Deux normes sur un espace vectoriel de dimension finie sont toujours équivalentes. Norme uniforme et norme L^1 sur l'espace des fonctions réelles continues sur un segment fermé et borné. Ces deux normes sont comparables mais pas équivalentes

3. Espaces préhilbertiens

Produit scalaire. Espaces préhilbertiens. Exemples. Inégalité de Cauchy Schwarz. Norme induite par le produit scalaire.

Programme traité lors du cours du 19 septembre

1. Fin des espaces préhilbertiens

Cosinus de l'angle entre deux vecteurs. Orthogonalité. Relation de Pythagore. Identité de la médiane. Identité de polarisation. Espace de Hilbert des suites de carré sommable.

2. Espaces topologiques

Notion de topologie et d'espace topologique. Premiers exemples (topologies grossières et discrète). Voisinages d'un point. Espaces séparés. Parties fermées. Topologie associée à une structure d'espace métrique.

Prévu pour le prochain cours

FIN DES ESPACES TOPOLOGIQUES. Distances équivalentes. Intérieur, adhérence et frontière d'un ensemble. Parties partout denses. Espaces séparables. Bases d'une topologie. Topologie induite. Topologie produit. Exemple d'espace topologique non métrisable.

Notes de cours

Les notes de cours de l'an dernier sont disponibles sur le wiki site de la licence de mathématiques :

<http://licence-math.univ-lyon1/doku.php?id=enseignements:automne10mi>

Toutes les informations sur le cours de *Topologie Générale* du semestre d'automne 2011 seront déposées sur le site :

<http://licence-math.univ-lyon1/doku.php>