

Feuille d'exercices n°3

- Exercice 1.**
1. Donner des exemples d'applications de \mathbb{R} dans \mathbb{R} injectives et non surjectives, puis surjectives et non injectives. Justifiez vos réponses.
 2. Donner des exemples d'applications de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^2 injectives et non surjectives, puis surjectives et non injectives. Justifiez vos réponses.

Exercice 2. Les fonctions suivantes sont-elles injectives? surjectives? bijectives? Justifiez vos réponses.

1. $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto x + 1$
2. $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto x + 1$
3. $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto x^2$
4. $l : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto 2x$

Exercice 3. Soit $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}$ l'application définie par $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$. Calculer $(f \circ f)(x)$. En déduire que f est bijective et déterminer f^{-1} .

Exercice 4. Soient E, F et G trois ensembles et $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$ deux applications.

1. Montrer que si $g \circ f$ est injective, alors f est injective.
2. Montrer que si $g \circ f$ est surjective, alors g est surjective.

Exercice 5. Soient E et F deux ensembles finis non vides. Montrer qu'il y a $(\text{Card}F)^{\text{Card}E}$ applications de E dans F .